

## DER PHYSIK UND CHEMIE.

## BAND CLVII.

I. Ueber die Wärmeleitung der Gase;  
von A. Winkelmann.Zweiter Theil <sup>1)</sup>.(Auszugsweise in der naturwissenschaftlichen Gesellschaft zu Aachen  
am 13. Dec. 1875 mitgetheilt.)I. Die Abhängigkeit der Wärmeleitung von der  
Temperatur.

## §. 1.

Die Bestimmung des Einflusses der Temperatur auf die Wärmeleitung der Gase scheint auf den ersten Blick mit noch größeren Schwierigkeiten verbunden zu seyn, als die Bestimmung der Wärmeleitung der Gase überhaupt. Es ist dies aber in der That nicht der Fall, sobald man annimmt, daß zwei verschiedene Gase in gleicher Weise mit der Temperatur ihre Wärmeleitung verändern.

Bei der früheren Bestimmung wurde nachgewiesen, daß die Strömungen, welche wegen der verschiedenen

1) Berichtigung zum ersten Theil dieser Abhandlung:

Die Formel II (d. Ann. Bd. 156, S. 508), welche zur Bestimmung der Wärmeleitung  $k$  dient, muß heißen:

$$P \cdot C(v_1 - v_2) = k \left\{ \frac{1}{\frac{R_1(r+h)}{r(3R_1+h-2r)}} - \frac{1}{\frac{R_2(r+h)}{r(3R_2+h-2r)}} \right\}.$$

Ferner ist S. 514 für  $k$  der Werth

$$k = 0,0000532$$

statt des Werthes

$$k = 0,0000528$$

zu setzen.

Das vorletzte Gas in den Reihen S. 526 und 527 ist nicht Stickoxyd, sondern Stickoxydul.

Dichte der Gase in der abschließenden Hülle in Folge der Schwere eintreten, durch hinreichende Druckverminderung ausgeschlossen werden, und daß daher die beobachtete Abkühlung außer durch Leitung nur noch durch Strahlung hervorgebracht wird. Um die Strahlung von der Leitung zu trennen, wurde bei der Bestimmung der absoluten Werthe der Leitung die Abkühlung *desselben* Körpers in verschiedenen großen, aber ähnlichen Hüllen beobachtet. Da die Strahlung unabhängig von der Größe der Hülle ist, die Abhängigkeit der Leitung von derselben aber bekannt ist, so ließen sich durch Combination der beiden Versuche die beiden unbekannten Größen, Leitung und Strahlung berechnen.

Ich versuchte nun zunächst denselben Weg auch bei den folgenden Versuchen anzuwenden, überzeugte mich aber bald, daß die Apparate die hohen Temperaturen, ohne eine Veränderung zu erleiden, nicht aushalten konnten. Um diese mit Sicherheit zu constatiren, wurde ein Apparat mit Wasserstoff von dem Drucke 100<sup>mm</sup> Quecksilber gefüllt und zunächst die Abkühlungsgeschwindigkeit zwischen 20° und 10° beobachtet, wenn der Apparat in Eis stand; alsdann wurde derselbe in einem Luftbad bis zu der Temperatur von 120° erwärmt und einige Zeit dieser Temperatur überlassen. War der Apparat vollständig dicht geblieben und hatte auch keine sonstige Veränderung erfahren, so mußte sich bei der später folgenden Abkühlung in Eis innerhalb desselben Temperaturintervalles wie früher auch die gleiche Abkühlungsgeschwindigkeit ergeben; eine geringe Undichtigkeit mußte aber in Folge des Luftzutritts die Abkühlungsgeschwindigkeit bedeutend vermindern. Auf diese Weise wurde constatirt, daß die zu den früheren Versuchen benutzten Apparate hier nicht zu verwerthen waren, und daß nur durch Apparate, die ganz aus Glas bestehen, das Ziel zu erreichen war.

Die Apparate aus Glas bieten aber gegenüber jenen aus Metall zwei Nachtheile dar, einerseits dadurch, daß

die Strahlungsconstante viel größer, als für Metall ist, andererseits dadurch, daß bei Glasapparaten der Abstand des abzukühlenden Körpers von der Hülle, unter der Voraussetzung, daß beide von einander zu trennen sind, nicht so klein gewählt werden kann, als bei Apparaten aus Metall. Durch den zuletzt erwähnten Umstand wird ebenfalls bewirkt, daß der Antheil der Strahlung bei der Abkühlung wächst, was für die Bestimmung der Leitung unvortheilhaft ist. Läßt man zwar die Bedingung fallen, daß der Glaskörper, welcher als Thermometer dient, aus der Hülle zu entfernen ist, so kann auch hier der fragliche Abstand sehr klein gemacht werden. Unter dieser Voraussetzung läßt sich aber nicht in der früher erwähnten Art die Größe der Strahlung bestimmen und es fragte sich daher, ob nicht auch in anderer Weise dieses zu erreichen sey.

Wie schon im Eingange erwähnt wurde, ist eine solche Bestimmung möglich, wenn man die für gewisse Gase jedenfalls berechnete Annahme macht, daß die Abhängigkeit der Leitung von der Temperatur für beide Gase die gleiche ist. Um die Berechnung zu zeigen, seyen folgende Zeichen eingeführt.

Die Abkühlungsconstante, welche sich bei der Temperatur  $\tau^{\circ}$  ergibt, wenn der Apparat mit Luft gefüllt, sey

$$V_{l, \tau}.$$

Dieselbe Größe werde für Wasserstoff mit

$$V_{w, \tau}$$

bezeichnet.

In diesen Größen ist *Leitung* und *Strahlung* zusammengefaßt; es werde der Antheil an der Abkühlung, welcher durch die Leitung der Luft veranlaßt wird, mit

$$l_{\tau}$$

bezeichnet, und jener Antheil, welcher der Strahlung angehört, mit

$$s_{\tau}.$$

Dann hat man, wenn man die entsprechende Bezeichnung für Wasserstoff wählt, die Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} V_{l, \tau} &= l_{\tau} + s_{\tau} \\ V_{w, \tau} &= w_{\tau} + s_{\tau} \end{aligned} \right\} \text{ I.}$$

Ist nun bei einer zweiten Temperatur  $T$  die Leitung der Luft

$$A \cdot l_{\tau}$$

und die Leitung des Wasserstoffs

$$A \cdot w_{\tau},$$

so hat man

$$\left. \begin{aligned} V_{l, T} &= A \cdot l_{\tau} + s_{\tau} \\ V_{w, T} &= A \cdot w_{\tau} + s_{\tau} \end{aligned} \right\} \text{ II.}$$

Aus diesen Gleichungen in Verbindung mit den Gleichungen I ergibt sich

$$A = \frac{V_{w, T} - V_{l, T}}{V_{w, \tau} - V_{l, \tau}}.$$

Man erhält also in der angegebenen Weise durch die GröÙe  $A$  das Verhältniß der Leitungsconstante für die beiden Temperaturen  $T$  und  $\tau$ .

## § 2.

Zu den Versuchen dienten drei Apparate, welche in ihren Dimensionen sehr verschieden waren, um hierdurch constatiren zu können, daß die gefundenen Werthe unabhängig von der Form der Apparate seyen. Dieselben bestehen im Wesentlichen aus einem Thermometer, welches ein kugelförmiges Gefäß besitzt, und aus einer Glashülle, welche das Gefäß concentrisch umgiebt. Die Hülle ist an den Stiel des Thermometers so angeschmolzen, daß die Kugel, welche von der Hülle gebildet wird, in der unmittelbaren Umgebung des Stieles von der wirklichen Kugelform etwas abweicht, und sich in Form einer kleinen Ausbuchtung an den Stiel anlegt. Die Glashülle besitzt in der oberen Hälfte eine seitliche kleine Oeffnung, in welche ein Glasrohr mit Hahn, parallel zum Stiel des Thermometers, angeschmolzen ist. Durch diese Anordnung konnte der Zwischenraum von Thermometergefäß und Hülle mit verschiedenen Gasen gefüllt werden.



Die Apparate wurden von Hrn. Dr. H. Geißler in Bonn in gewohnter vorzüglicher Art ausgeführt und verdanke ich Diesem auch die Mittheilung der Quecksilbermengen, welche die einzelnen Gefäße enthielten.

Der Apparat I enthält 419,8 Gramm Quecksilber

"	"	II	"	123,2	"	"
"	"	III	"	110,45	"	"

Betrachtet man die Gefäße als Kugeln, so ergeben sich, ohne Berücksichtigung der Glasdicke, folgende Werthe für die Radien:

$$r_1 = 1,946 \text{ Cm.}; r_2 = 1,294; r_3 = 1,247.$$

Die beiden ersten Apparate hatten eine Theilung in 0,2 Grade und gestatteten Temperaturablesungen in der Nähe von 0° und 100°. Um den Stiel der Apparate abzukürzen, war in der Mitte zwischen 0° und 100° eine kugelförmige Erweiterung der Röhre angebracht. Der Apparat III hatte eine fortlaufende Theilung in 0,5 Grade von -10° bis +220°.

Um eine vollständige Anschauung von der Form der Apparate zu ermöglichen, füge ich noch bei, daß der Abstand der Hülle vom Gefäße

beim Apparat I 0,318 Cm.<sup>1)</sup> betrug.

"	"	II	0,142	"	"
"	"	III	1,109	"	"

### § 3.

Die Beobachtungen sind so angestellt, daß der Apparat, welcher an der Luftpumpe zuerst sorgfältig getrocknet und mit dem gewünschten Gase gefüllt war, in Eis eingesenkt und dann die Abkühlungszeit von 18 bis 8° von Grad zu Grad beobachtet wurde. Um die Abkühlungszeiten bei einer höheren Temperatur zu beobachten, wurde der Apparat in ein Luftbad eingesenkt und bis zu einer Temperatur von 125° erwärmt. Alsdann wurde derselbe in ein Gefäße mit siedendem Wasser eingetaucht und hier die Abkühlungszeit von 118 bis 108°, ebenso

1) Wie diese Größen berechnet sind, ist in §. 20 angegeben.

wie früher von Grad zu Grad beobachtet. Für diese letzteren Beobachtungen war an dem Apparat ein Kork befestigt, welcher den Thermometerstiel und das seitliche Glasrohr umfasste, und eine solche Größe hatte, daß durch Einsetzen des Apparates in das Luftbad dieses geschlossen war. Das benutzte Siedegefäß hatte eine ebensolche Oeffnung und gestattete eine seitliche Entweichung des entwickelten Dampfes.

Zur Bestimmung der Siedetemperatur des Wassers wurde der jedesmalige Barometerstand abgelesen und ein besonderes Thermometer unmittelbar nach der Beobachtung in ganz gleicher Weise, wie der Apparat, in das Wasser eingetaucht, um die Differenz zwischen der Temperatur des Wassers und der Dämpfe zu constatiren. Es betrug diese Differenz  $0^{\circ},15$  bis  $0^{\circ},17$ , so daß das Wasser eine etwas höhere Temperatur, als die Dämpfe besaß.

Anfangs wurde versucht, die Abkühlung des Apparates anstatt in siedendem Wasser in den Dämpfen erfolgen zu lassen; es zeigte sich aber an dem ganzen Gang der Beobachtungen, daß dies nicht möglich sey. Der Grund davon ist darin zu sehen, daß die Dämpfe nicht im Stande sind, die äußere Hülle auf die constante Temperatur, die ihnen selbst zukommt, zu bringen und auf derselben zu erhalten. Da die Hülle von dem innern Gefäß durch Leitung und Strahlung fortwährend Wärme empfängt, so reichen die Dämpfe nicht hin, um diese Wärme fortzuschaffen; anders aber bei dem siedendem Wasser; die Wassertheilchen, welche von der warmen Oberfläche der Hülle berührt werden, werden sofort in Dampf verwandelt und so wird die Wärme der Hülle zur Verdampfung verbraucht.

#### § 4.

Bevor ich die Beobachtungen mittheile, ist eine Besprechung über die Berechnung der Abkühlungsconstante  $\kappa$  nothwendig.

Dieselbe ergibt sich mittels der Formel

$$v = \log \left\{ \frac{r_0 - \theta}{r_1 - \theta} \right\} \frac{1}{\log e} \cdot \frac{1}{t_1}.$$

Es bezeichnet

$\theta$  die constante Temperatur der Hülle,

$r_0$  die Temperatur des Thermometers zur Zeit 0,

$r_1$  „ „ „ „ „ „ „ „  $t_1$ .

Da in jeder Beobachtungsreihe etwa zehn Beobachtungen der Temperatur und zugehörigen Zeit vorliegen, so erhält man ebenso viele Bestimmungen von  $v$ ; auf welche Temperatur das nach der obigen Formel berechnete  $v$  zu beziehen ist, werde ich später zeigen.

Für eine genaue Bestimmung des Werthes von  $v$  ist es zunächst erforderlich, die constante Temperatur der Hülle mit jener zu vergleichen, welche der Apparat angiebt, wenn er selbst vollständig diese Temperatur erhalten hat. Eine solche Vergleichung ist für die beiden Temperaturen des schmelzenden Eises und siedenden Wassers leicht durchzuführen, da man ohne Mühe im Stande ist, die Temperaturen constant zu erhalten. Eine weitere Vergleichung der Apparate von Grad zu Grad mit nach dem Luftthermometer corrigirten Normalthermometer oder mit dem Luftthermometer selbst, ist aber sehr schwierig, da eine scharfe Bestimmung, wie erwähnt, voraussetzt, daß man für eine sehr lange Zeit eine constante Temperatur herstelle. Ich habe mich daher bei den beiden ersten Apparaten darauf beschränkt, dieselben bei der Zimmertemperatur und bei einer Temperatur von  $117^\circ$  einer Controle zu unterwerfen. Für die erste Bestimmung wurden die Apparate zugleich mit einem Normalthermometer in ein großes Wasserbad eingesenkt und der Gang derselben in mehreren aufeinanderfolgenden Stunden notirt. Das Wasserbad war in einem Raum aufgestellt, welcher nahezu eine constante Temperatur hatte, wie sich daraus ergibt, daß die größte Differenz, welche das Thermometer des Bades innerhalb fünf Stunden zeigte, nur  $0,25$  betrug.

Die Vergleichung bei der höheren Temperatur von  $117^{\circ}$  konnte nur so erreicht werden, daß die Apparate in eine siedende Flüssigkeit eingetaucht wurden, deren Siedepunkt in der Nähe von  $117^{\circ}$  lag. Als Flüssigkeit diente eine Lösung von Chlorcalcium. Zugleich mit dem Apparat tauchte ein Normalthermometer, welches in  $0,2$  getheilt war, in die Lösung ein. Um einen constanten Siedepunkt zu erzielen, war es nothwendig, die Dämpfe zu condensiren und der Lösung wieder zuzuführen; zu diesem Zwecke war eine ähnliche Kühlvorrichtung angebracht, wie sie sich an den neueren Apparaten Regnault's zur Bestimmung der specifischen Wärme findet. Wie vortrefflich sich diese Einrichtung bewährte, zeigt folgende kleine Zusammenstellung:

Temperaturangabe des Thermometers	Zeit
117,3	5 <sup>h</sup> 45 <sup>m</sup>
25	50
22	6 0
20	20
30	35
22	45
25	55

Innerhalb einer Stunde schwankte also der Siedepunkt nicht mehr als  $0,1$ .

Die Apparate zeigten nun bei der Vergleichung, daß sie besonders oberhalb  $100^{\circ}$  Fehler in ihrer Graduirung enthielten, d. h., daß sie bei  $100^{\circ}$  und bei einer höheren Temperatur etwa  $117^{\circ}$  nicht dieselbe Differenz gegenüber dem Luftthermometer zeigten. Da es, wie erwähnt, sehr schwierig gewesen wäre, eine Vergleichung der Apparate mit dem Normalthermometer von Grad zu Grad vorzunehmen, so fragt es sich, welchen Einfluß der beobachtete Fehler auf die Berechnung von  $\sigma$  ausübt, wenn man annimmt, daß der Fehler sich gleichmäßig auf das beobachtete Intervall vertheilt. Unter gleichmäßiger Vertheilung verstehe ich hier eine solche, daß der Fehler sich

auf jeden Grad in derselben Weise vertheilt; wenn z. B. das Thermometer bei 100 und 110° mit dem Luftthermometer verglichen ist, und bei 100° — 99°,5 —, bei 110° aber — 109° — anzeigt, so nehme ich an, daß dasselbe bei 101° die Temperatur 100°,45, bei 102° die Temperatur 101°,40 usw. anzeigen würde.

Ein solcher Fehler übt nun, wie im Folgenden allgemein gezeigt ist, nur einen sehr geringen, unter Umständen gar keinen Einfluß auf die Berechnung von  $v$  aus.

Es seyen zwei Vergleichen mit dem Thermometer ausgeführt und zwar eine in der Nähe der Temperatur, welche die Hülle während der Versuche besitzt, und eine zweite in der Nähe jener Temperatur, welche das Thermometer des Apparates während der Versuche zur Zeit 0 besitzt.

Ist bei der ersten Vergleichung die wirkliche Temperatur  $\tau_n$ , so zeige das Thermometer

$$\tau_n + \delta_n;$$

bei der zweiten Vergleichung sey die wirkliche Temperatur  $\tau$ , und das Thermometer zeige

$$\tau + \delta.$$

Es sind dann  $(\tau - \tau_n)$  Grade in Wirklichkeit gleich

$$[\tau + \delta - (\tau_n + \delta_n)]$$

Geraden des Apparats, oder 1 Grad des Apparates in dem betrachteten Intervall ist gleichwerthig

$$\frac{\tau - \tau_n}{\tau + \delta - (\tau_n + \delta_n)} = \alpha$$

wirklichen Graden.

Zur Bestimmung von  $v$  ist es nothwendig, den Quotienten der wirklich vorhandenen Temperaturdifferenzen zur Zeit 0 und zur Zeit  $t_1$  zu kennen. Um diesen zu bestimmen, werde angenommen, daß die constante Temperatur der Hülle während des Versuches gleich  $\vartheta = \tau_n + \varepsilon$  sey. Der Apparat zeige zur Zeit 0 die Temperatur  $\tau_0$ , zur Zeit  $t$ , die Temperatur  $\tau_1$ .

In Wirklichkeit ist aber die Temperatur des Apparates zur Zeit 0 nicht  $\tau_0$ , sondern

$$\tau_0 - \delta_0 \alpha + (\tau_0 - \tau_n) \alpha$$

wie sich durch folgende Ueberlegung ergibt.

Es ist vorausgesetzt, daß bei der Temperatur  $\tau_n$  der Apparat die Temperatur  $\tau_n + \delta_n$  zeige; da  $\delta_n$  Grade des Apparates  $\delta_n \cdot \alpha$  wirklichen Graden gleichwerthig sind, so wird, wenn der Apparat die Temperatur  $\tau_n$  zeigt, die wirkliche Temperatur  $(\tau_n - \delta_n \alpha)$  seyn. Zeigt der Apparat die Temperatur  $(\tau_n + 1)$ , so ist die wirkliche Temperatur gleich  $(\tau_n - \delta_n \alpha + \alpha)$ ; usw.

Ebenso ergibt sich, daß, wenn der Apparat die Temperatur  $\tau_1$  zeigt, die wirkliche Temperatur

$$\tau_1 - \delta_1 \alpha + (\tau_1 - \tau_n) \alpha$$

ist.

Der Quotient der wirklich vorhandenen Temperaturdifferenz zur Zeit 0 und zur Zeit  $t_1$  ist daher

$$\frac{\tau_0 - \delta_0 \alpha + (\tau_0 - \tau_n) \alpha - (\tau_n + \varepsilon)}{\tau_1 - \delta_1 \alpha + (\tau_1 - \tau_n) \alpha - (\tau_n + \varepsilon)} \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

oder

$$\frac{\tau_0 - \delta_0 - \left(\tau_n + \frac{\varepsilon}{\alpha}\right)}{\tau_1 - \delta_1 - \left(\tau_n + \frac{\varepsilon}{\alpha}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Würde die Graduirung des Apparates keinen Fehler besitzen, so wäre  $\delta_n = \delta_0$ , daher auch  $\alpha = 1$ , und man erhielte für den Quotienten

$$\frac{\tau_0 - \delta_0 - (\tau_n + \varepsilon)}{\tau_1 - \delta_1 - (\tau_n + \varepsilon)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3).$$

Derselbe unterscheidet sich von dem vorigen nur dadurch, daß in (3)  $\alpha$  gleich 1 gesetzt ist.

Ist die Temperatur der Hülle während des Versuches nicht  $(\tau_n + \varepsilon)$ , sondern  $\tau_n$ , so ist in (2) und (3)  $\varepsilon$  gleich 0 zu setzen, wodurch die beiden Ausdrücke identisch werden. Im Fall also die Beobachtung der Abkühlung bei derselben Temperatur der Hülle vorgenommen wird, welche auch zur Vergleichung des Apparates mit dem Normal-

thermometer gedient hat, hat ein Fehler der vorausgesetzten Art in der Graduirung, keinen Einfluß auf die Bestimmung der GröÙe  $\epsilon$ . Es ist dies immer der Fall, wenn die Abkühlung in schmelzendem Eise beobachtet wird.

Bei der Abkühlung in siedendem Wasser kann  $\epsilon$  verschiedene Werthe haben; da aber  $\epsilon$  bei den Versuchen niemals den Werth 1 erreicht hat, so ist auch hier die Correction nur sehr gering.

Um an einem Beispiel die Berechnung zu zeigen, wähle ich den Apparat I, welcher einen auffallend großen Fehler in der Graduirung zeigt und vorzugsweise zur genauen Untersuchung der fraglichen Verhältnisse Veranlassung gegeben hat.

Zwei Vergleichen mit dem Luftthermometer ergaben:

Der Apparat zeigt die Temperatur  $98^{\circ},9$ , wenn die wirkliche Temperatur  $t_a = 99^{\circ},50$  ist; es ist also  $\delta_a = -0,6$ .

Der Apparat zeigt die Temperatur  $114,05$ , wenn die wirkliche Temperatur  $t_a = 117,12$  ist; daher ist  $\delta = -3,07$ .

Aus diesen Daten folgt  $\alpha = 1,156$ .

Bei dem Versuche mit Kohlensäure war die Temperatur des siedenden Wassers gleich  $99^{\circ},07$ ; daher  $\epsilon = -0,43$ .

Für den Quotienten der wirklich vorhandenen Temperaturdifferenzen erhält man nach Formel (2), wenn man  $t_0 = 118^{\circ}$  und  $t_1 = 117^{\circ}$  setzt, den Werth

$$\frac{118 + 0,6 - \left(99,50 - \frac{0,43}{1,156}\right)}{117 + 0,6 - \left(99,50 - \frac{0,43}{1,156}\right)} = \frac{19,47}{18,47} = 1,05414.$$

Ohne Berücksichtigung der Fehler in der Graduirung erhält man für denselben Quotienten

$$\frac{118 + 0,6 - (99,50 - 0,43)}{117 + 0,6 - (99,50 - 0,43)} = \frac{19,53}{18,53} = 1,05396.$$

Wie man sieht, ist der Unterschied nur gering. Ich

will bemerken, daß in dem ersten Werthe der Zähler 19,47 nicht die wirkliche Temperaturdifferenz von Gefäß und Hülle zur Zeit 0 angiebt, sondern einen kleineren Werth, welcher nach Formel (2) berechnet wurde; die wirkliche Temperaturdifferenz erhält man, wenn man den Werth 19,47 mit  $\alpha$  multiplicirt; das Gleiche gilt vom Nenner 18,47. Die Formel (2) hat die für die Berechnung bequemere Form, weil nach derselben die Differenz von Zähler und Nenner eine ganze Anzahl von Graden ist, so daß es genügt, für eine Temperaturangabe die Correction zu berechnen.

Durch den gegebenen Nachweis, daß ein Fehler in der Graduirung des Thermometers auf den maßgebenden Quotienten der Temperaturdifferenzen nur einen äußerst geringen Einfluß ausübt, gewinnen die Resultate ganz bedeutend an Sicherheit, so daß es jetzt nur noch wesentlich ist, die Vergleichung in der Nähe der Temperatur vorzunehmen, welche die Hülle während des Versuches besitzt. Ein Fehler in dieser Bestimmung hat einen großen Einfluß, so daß eine Unsicherheit von  $0^{\circ},1$ , den Werth  $\vartheta$  um fast 1 Procent berührt.

Von dem dargestellten Gesichtspunkt aus könnte man glauben, daß eine weitere Vergleichung als jene, welche die Temperaturangabe der unteren Gränze controlirt, überhaupt überflüssig sey; dem gegenüber ist aber festzuhalten, daß die vorige Berechnung nur gilt, wenn die Fehlervertheilung die angenommene ist. Es war daher wünschenswerth, die Größe des Fehlers zu constatiren, um ein Urtheil zu gewinnen über die Ungenauigkeit, die möglicher Weise darin liegt, die angenommene Fehlervertheilung als die richtige vorauszusetzen.

### §. 5.

Die Versuche erstrecken sich auf drei Gase, Kohlen- säure, Luft und Wasserstoff. In den folgenden Tabellen sind anstatt der direct abgelesenen Temperaturen diejenigen angegeben, welche zur Berechnung von  $\vartheta \cdot \log e$  be-



nutzt sind. Dieselben wurden so bestimmt, daß die Temperaturdifferenzen nach der Formel (2) des §. 4 berechnet wurden.

Die Bestimmung des Nullpunktes und Siedepunktes ist mehrfach wiederholt, und zeigten sich hier kleine Verschiedenheiten, wie sie bei jedem neuen Thermometer vorkommen. Zugleich bemerke ich, daß die Versuche nicht durchgehends in der Reihenfolge angestellt sind, wie ich sie hier folgen lasse.

### Apparat I.

#### A. Abkühlung in schmelzendem Eise.

Bei Vergleichung des Apparates mit einem Normalthermometer ergab sich, daß der Apparat  $14^{\circ},92$  zeigte, als das Thermometer  $14^{\circ},71$  angab. Eine folgende Bestimmung des Nullpunktes des Apparates liefert diesen bei  $+0^{\circ},19$ .

#### 1. Kohlensäure.

Dieselbe wurde durch Einwirkung von Chlorwasserstoffsäure auf Marmor entwickelt und durch eine Lösung von kohlensaurem Natron geleitet.

Der Nullpunkt des Apparates liegt bei  $+0^{\circ},2$ .

Druck 750 <sup>mm</sup>			Druck 5 <sup>mm</sup>	
Temperaturen	Zeiten <sup>1)</sup>	$v \cdot \log e$	Zeiten	$v \cdot \log e$
17,8	0		0	
16,8	76	0,0003304	78	0,0003219
15,8	157	296	160	235
14,8	243	299	248	232
13,8	336,5	285	344	214
12,8	437,5	296	447	226
11,8	548	276	561	183
10,8	669	243	688	154
9,8	802	230	825	140
8,8	950	220	977	132
7,8	1120	199	1145	129
Mittel 0,0003265			Mittel 0,0003186	

1) Die Zeiten sind in Sekunden angegeben und sind das Mittel aus zwei Beobachtungsreihen.

2. Luft<sup>1)</sup>.Druck 2<sup>mm</sup>.

Temperaturen	Zeiten	$v \log e$
17,8	0	
16,8	58	0,0004329
15,8	118,5	367
14,8	183,5	368
13,8	254,5	343
12,8	328,5	359
11,8	412,5	328
10,8	503,5	308
9,8	603	297
8,8	713	291
7,8	839	271

Mittel 0,0004328

## 3. Wasserstoff.

Derselbe wurde durch Einwirkung von Schwefelsäure auf Zink unter Zusatz eines Tropfens Platinchlorid entwickelt.

Druck 750 <sup>mm</sup> .			Druck 98 <sup>mm</sup> .	
Temperaturen	Zeiten	$v \log e$	Zeiten	$v \log e$
17,8	0		0	
16,8	13	0,001931	13	0,001931
15,8	26	89	26,5	53
14,8	40,5	79	41	55
13,8	56	74	57	39
12,8	73	62	73,5	47
11,8	91,2	58	92	41
10,8	111,7	43	112,5	29
9,8	133,5	33	135,0	19
8,8	158,5	32	159,5	18
7,8	186,5	21	187,5	11

Mittel 0,001952

Mittel 0,001934

1) Bei Atmosphärendruck wurde für  $v \log e$  der Werth 0,0004380 erhalten.

Druck 2 <sup>mm</sup>			Druck 0,65 <sup>mm</sup>		
Temperaturen	Zeiten	$v \log e$	Zeiten		$v \log e$
17,8	0		0	0	
16,8	16	0,001569	19 <sup>1)</sup>	18,5	0,001343
15,8	32,5	593	39	38,5	37
14,8	50	603	60,5	60	32
13,8	69	602	84	83	24
12,8	90	591	109	108	20
11,8	112	94	136	135	17
10,8	137	85	165	164	18
9,8	163,5	85	198	197	12
8,8	194	77	234	233	10
7,8	227	79	275	273	08
Mittel 0,001588			Mittel 0,001322		

#### B. Abkühlung in siedendem Wasser.

Der Apparat zeigt in siedenden Dämpfen, deren Temperatur 99°,50 ist, die Temperatur 98,90. Bei der Vergleichung mit dem Luftthermometer zeigt der Apparat in einer Lösung von Chlorcalcium, deren Temperatur 117°,12, die Temperatur 114°,05. Dieser letzte Unterschied ist auffallend groß und viel größer, als bei den zwei andern Apparaten. Es wurde daher die Bestimmung später so wiederholt, daß der Apparat vorher erwärmt war und sich in der Lösung auf die Temperatur derselben abkühlte. Es ergaben sich folgende Werthe:

Apparat	Thermometer	Zeit	Differenzen
114,6	117,3	5 <sup>h</sup> 45 <sup>m</sup>	2,7
42	25	50	2,83
25	22	60	2,97
20	20	20	3,00
25	30	35	3,05
20	22	45	3,02
22	25	55	3,03

Es unterliegt danach keinem Zweifel, daß der Apparat wirklich die große Differenz zeigt. Um zu erfahren, ob der Fehler in der früher bezeichneten Art vertheilt werden

1) Der Grund, warum hier beide Versuchsreihen mitgetheilt sind, wird später angegeben.

darf, wurde noch eine Vergleichung bei 109°,9 vorgenommen; der Apparat zeigte bei dieser Temperatur 107,98. Wäre die Vertheilung der Fehler genau die angenommene, so hätte der Apparat die Temperatur 107,87 anzeigen müssen. Für diesen geringen Unterschied habe ich keine besondere Rechnung ausgeführt, sondern in der Weise, wie im vorigen §. gezeigt wurde, die Bestimmung gemacht.

## 1. Kohlensäure.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,07.

Druck 100<sup>mm</sup>.

Temperaturen	Zeiten	$v \log e$
118,54	0	
117,54	36,0	0,0006306
116,54	74,5	325
115,54	114,5	348
114,54	157,7	327
113,54	203,7	328
112,54	253	326
111,54	307	303
110,54	365	296
109,54	428,5	287
108,54	499	273

Mittel 0,0006312

## 2. Luft.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,93.

Druck 100<sup>mm</sup>.

Temperaturen	Zeiten	$v \log e$
118,65	0	
117,65	31	0,0007694
116,65	64,5	608
115,65	100	586
114,65	137,5	592
113,65	178	582
112,65	223	529
111,65	271	505
110,65	323	496
109,65	381	459
108,65	445	445

Mittel 0,0007550

## 3. Wasserstoff.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,50.

Druck 98mm.

Temperaturen	Zeiten	$v \log n$
118,6	0	
117,6	8,5	0,002747
116,6	17,5	45
115,6	27	48
114,6	37,2	43
113,6	48,0	46
112,6	59,5	51
111,6	72	53
110,6	86,2	36
109,6	101,2	34
108,6	117,5	37

Mittel 0,002748

## §. 6.

Die mitgetheilten Zahlen beweisen zunächst, daß in dem Apparat I die Strömungen der Gase, wenn der Druck 750<sup>mm</sup> beträgt, nur einen sehr geringen Beitrag zur Abkühlung liefern. Für Kohlensäure wurde bei diesem Drucke 0,0003265 für  $v \log e$  gefunden, während bei dem Drucke von 5<sup>mm</sup> der Werth 0,0003186 erhalten wurde; ebenso wurde für Luft bei Atmosphärendruck 0,0004380 und bei dem Drucke von 2<sup>mm</sup> 0,0004328 beobachtet. Da im ersten Theile dieser Arbeit nachgewiesen ist, daß der Werth von Luft bis zu einem Drucke von 1<sup>mm</sup> unabhängig vom Drucke ist, so ist die Differenz, welche sich zwischen den Werthen für Atmosphärendruck und dem Druck von 5<sup>mm</sup> resp. 2<sup>mm</sup> ergeben hat, durch Strömungen zu erklären. Da aber diese Differenz einen sehr kleinen Werth besitzt, so folgt, daß bei diesem Apparat innerhalb einer weiten Druckgränze, etwa von 1 bis 100<sup>mm</sup>, die Strömung keinen Einfluß mehr besitzt<sup>1)</sup>.

- 1) In den früheren Versuchen ist direct nachgewiesen, daß bei dem dort mit III bezeichneten Apparat der Werth für die Abkühlungsgeschwindigkeit bei Luft innerhalb der Drucke 43,3<sup>mm</sup> und 1<sup>mm</sup> constant erhalten wurde; bei dem Drucke von 750<sup>mm</sup> wurde aber ein Werth erhalten, welcher 5 Proc. größer war.

Für Wasserstoff ergibt sich hier eine Bestätigung der früher erlangten Resultate. Der Werth 0,001952, welcher bei 750<sup>mm</sup> erhalten wurde, unterscheidet sich von dem Werthe 0,001934 bei 98<sup>mm</sup> nur um 1 Proc. und wird dieser geringe Unterschied durch die Strömungen erklärt. Bei dem Druck von 2<sup>mm</sup> ist der gefundene Werth bedeutend kleiner, nämlich 0,001588 und bei 0,5<sup>mm</sup> noch viel kleiner. Für die letzte Bestimmung habe ich beide Versuchsreihen für die beobachteten Zeiten angegeben, um zu zeigen, daß die Werthe sehr nahe übereinstimmen; es folgt daraus, daß der Apparat keine Aenderung erlitten hatte. Für die Berechnung ist der Werth 0,001934, welcher bei 98<sup>mm</sup> gefunden wurde, einzuführen, da schon hier die Strömung als verschwindend zu betrachten ist. Die weitere Abnahme der Werthe bei vermindertem Drucke kann in den etwa noch vorhandenen Strömungen ihren Grund nicht haben, wie ich schon früher gezeigt habe und wie sich auch im Verlaufe dieser Arbeit noch bestätigen wird.

### §. 7.

Verfolgt man in einer Beobachtungsreihe die Werthe von  $v \cdot \log e$ , so findet man, daß dieselben meistens stetig abnehmen. Der Grund hierfür ist darin zu sehen, daß die Abkühlungsconstante  $v$  nicht unabhängig von der Temperatur ist, sondern zugleich mit dieser abnimmt. Es fragt sich daher, für welche Temperatur der nach der Formel des §. 4 berechnete Werth von  $v$  gilt und für welche Temperatur das Mittel sämtlicher Werthe gilt. Man könnte zunächst versuchen, aus der Abnahme der Werthe von  $v \cdot \log e$  die Abhängigkeit dieser GröÙe von der Temperatur zu bestimmen; indessen ist das zu Gebote stehende Temperaturintervall so gering, daß sehr kleine Beobachtungsfehler oder Fehler in der Theilung des Apparates eine derartige Bestimmung sehr unsicher machen würden. Ich habe daher folgenden Weg gewählt. Angenommen, es werde die Abkühlungszeit beobachtet, die erforderlich ist, damit der Apparat sich von der Tempe-

ratur  $\tau_0$  auf die Temperatur  $\tau_1$  abkühle, während die Hülle die Temperatur  $0^\circ$  habe. In der Berechnung von  $v$  aus der Gleichung des §. 4 liegt die Voraussetzung, daß die Abkühlung constant ist und es bezieht sich  $v$  auf die Zeiteinheit und auf die Temperaturdifferenz 1 von Gefäß und Hülle. Da nun  $v$  nicht unabhängig von der Temperatur ist, so wird das unter dieser Voraussetzung berechnete  $v$  für eine Mitteltemperatur gelten, die zwischen den Gränzwerten, also zwischen  $0^\circ$  und  $\tau_0^\circ$ , liegt.

Um diese Temperatur zu finden, werde mit  $v_\tau$  die Abkühlungsconstante für die Temperatur  $\tau$  bezeichnet, so daß

$$v_\tau \cdot d\tau$$

der Wärmemenge proportional ist, welche in der Zeiteinheit von Gefäß zur Hülle geht, wenn das Gefäß die constante Temperatur  $\tau$  und die Hülle die Temperatur  $(\tau - d\tau)$  hat.

Die Wärmemenge, welche in der Zeiteinheit übergeht, wenn das Gefäß die constante Temperatur  $\tau$ , die Hülle die Temperatur  $0^\circ$  hat, ist proportional

$$\int_0^\tau v_\tau d\tau.$$

Die unter der letzten Voraussetzung bestimmte Wärmemenge ist aber auch

$$v_\vartheta \cdot \tau$$

proportional, wo  $\vartheta$  eine Mitteltemperatur bezeichnet, die durch die Gleichung

$$\int_0^\tau v_\tau d\tau = v_\vartheta \cdot \tau$$

definiert ist.

Bei den Versuchen ist die Anfangstemperatur des Gefäßes gleich  $\tau_0$ ; würde das Gefäß die Temperatur  $\tau_0$  constant behalten, so würden die Versuche  $v_{\tau_0}$  ergeben, welches der Gleichung

$$\int_0^{\tau_0} v_r dt = v_{\tau_0} \cdot \tau_0$$

genügt.

Es kühlt sich aber das Gefäß von  $\tau_0$  auf  $\tau_1$  ab und daher ist der Werth  $v_{\vartheta_{0,1}}$ , den der Versuch ergibt, wenn die Abkühlung von  $\tau_0$  auf  $\tau_1$  beobachtet wird, während die Hülle die Temperatur  $0^\circ$  hat, durch die Gleichung

$$v_{\vartheta_{0,1}} = \frac{1}{\tau_0 - \tau_1} \cdot \int_{\tau_1}^{\tau_0} v_{\tau} \cdot d\tau$$

oder

$$v_{\vartheta_{0,1}} = \frac{1}{\tau_0 - \tau_1} \int_{\tau_1}^{\tau_0} \frac{d\tau}{\tau} \int_0^{\tau} v_r d\tau$$

bestimmt.

Um aus vorstehender Gleichung  $\vartheta_{0,1}$  zu bestimmen, nehme ich an, daß  $v_r$  in dem Intervall von 0 bis  $\tau^0$  durch

$$v_r = v_0(1 + ar)$$

darstellbar sey, eine Annahme, die für das kleine Intervall jedenfalls gestattet ist. Alsdann erhält man

$$v_{\vartheta_{0,1}} = v_0(1 + a\vartheta_{0,1}) = v_0 \left\{ 1 + \frac{a}{4}(\tau_0 + \tau_1) \right\}$$

oder

$$\vartheta_{0,1} = \frac{\tau_0 + \tau_1}{4}.$$

Es würde nach dieser Berechnung beispielsweise der erste Werth 0,0003304, welcher für Kohlensäure durch die Beobachtung der Abkühlung von  $17^\circ,8$  auf  $16^\circ,8$  für  $v \cdot \log e$  gefunden wurde, für die Temperatur  $8^\circ,6$  gelten, der letzte Werth 0,0003199, welcher durch die Beobachtungszeit der Abkühlung von  $17^\circ,8$  auf  $7^\circ,8$  erhalten ist, für die Temperatur  $6^\circ,4$ .

Da für  $v_r$  eine lineare Function eingesetzt ist, so ergibt sich leicht, daß das arithmetische Mittel, welches aus den Werthen  $v_{\vartheta_{0,1}}$ ,  $v_{\vartheta_{0,2}}$ , u. s. w. gebildet wird, für die Temperatur gilt, welche wieder das arithmetische Mittel der Werthe  $\vartheta_{0,1}$ ,  $\vartheta_{0,2}$  u. s. w. ist.



Ist daher die Beobachtung so geführt, daß von  $\tau_0$  ausgehend für die Temperaturen  $\tau_1, \tau_2 \dots \tau_n$  die Abkühlungszeiten bestimmt wurden, so gilt der Mittelwerth der Beobachtungen von  $v \cdot \log e$  für die Temperatur  $\tau$ , welche bestimmt ist durch

$$\tau = \frac{(\tau_0 + \tau_1) + (\tau_0 + \tau_2) + \dots + (\tau_0 + \tau_n)}{4n}$$

$$= \frac{n\tau_0 + \tau_1 + \tau_2 + \tau_3 + \dots + \tau_n}{4n}.$$

Diese Formel vereinfacht sich unter der Voraussetzung, welche bei den Versuchen erfüllt war, daß

$$\tau_1 = \tau_0 - 1$$

$$\tau_2 = \tau_0 - 2$$

$$\vdots$$

$$\tau_n = \tau_0 - n$$

zu der folgenden

$$\tau = \frac{\tau_0}{2} - \frac{n+1}{8}.$$

### §. 8.

Die im vorigen §. angegebene Berechnung der Temperatur, für welche der gefundene Mittelwerth gilt, er giebt für die Abkühlungsversuche in schmelzendem Eise für alle drei Gase, dieselbe Temperatur nämlich  $7^{\circ},5$ . Man hat also

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,0003186	} $7^{\circ},5$ .
Luft	0,0004328	
Wasserstoff	0,001934	

Bei der Berechnung der Versuche in siedendem Wasser ist zu beachten, daß der Apparat gegenüber dem Luftthermometer den in §. 5 angegebenen Fehler zeigt. Die mitgetheilten Temperaturen in den Tabellen sind nach der Formel (2) des §. 4 berechnet, und stellen daher, wie schon erwähnt wurde, nicht die wahre Temperatur dar.

Aus den mitgetheilten Daten ergibt sich leicht, welche wirkliche Temperatur der Apparat bei Angabe einer bestimmten Gradzahl besitzt. Berücksichtigt man diese Verhältnisse, so findet man folgende Werthe:

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,0006312	} 108,7 109,3 108,9.
Luft	0,0007550	
Wasserstoff	0,002748	

Um durch Combination der vorliegenden Werthe die Strahlung in der Art, wie in §. 1 angegeben ist, zu eliminiren, ist es nothwendig, die Werthe auf die gleiche Temperatur zu reduciren. Es wird hierzu am einfachsten die mittlere Temperatur gewählt, damit die Aenderungen möglichst klein bleiben. Die Differenz von diesem Mittelwerthe — 109,0 — beträgt nur 0°,3 und hat diese daher auch nur einen geringen Einfluß auf den direct beobachteten Werth. Die Reduction wurde in folgender Weise vorgenommen: es sey

$$v_r = v_t [1 + h(T - t)],$$

wo  $v_r$  und  $v_t$  die beobachteten Werthe sind.

Aus vorstehender Gleichung ergibt sich  $h$  und es ist dann

$$v_{(r+t)} = v_r + v_t \cdot h \cdot r.$$

Man erhält so die Werthe:

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,0006321	} 109,0.
Luft	0,0007541	
Wasserstoff	0,002749	

### §. 9.

Zur Bestimmung des Verhältnisses der Leitung bei der Temperaturen 7°,5 und 109°,0, combiniren wir zuerst die Werthe von Luft und Wasserstoff, indem wir voraussetzen, daß diese Gase in der gleichen Weise ihre Wärmeleitung mit der Temperatur ändern, so daß das Verhältniß ihrer Leitungsfähigkeit von der Temperatur unabhängig ist.

Nach Gleichung III des §. 1 erhält man für die Gröfse  $A$

$$A_1 = \frac{0,002749 - 0,0007541}{0,001934 - 0,0004328} = 1,3289,$$

so dafs, wenn man die Leitung von Luft oder Wasserstoff bei  $7^{\circ},5$  gleich 1 setzt, dieselbe bei  $109^{\circ},0$  gleich 1,3289 ist. Ich bemerke, dafs an diesem Werthe noch eine Correction anzubringen ist, welche in §. 14 besprochen wird.

Combinirt man ebenso Wasserstoff und Kohlensäure, so erhält man

$$B_1 = 1,3104.$$

Die Gröfsen  $A$  und  $B$  zeigen einen geringen Unterschied; derselbe kann entweder in der Ungenauigkeit der Versuche begründet seyn, oder darin, dafs die Kohlensäure nicht in der gleichen Gröfse wie Luft und Wasserstoff ihre Wärmeleitung mit wachsender Temperatur ändert. Ehe wir diese Frage discutiren und eine weitere Berechnung an die gewonnenen Zahlen anknüpfen, mögen zuerst die Resultate der übrigen Apparate mitgetheilt werden. Es sey noch bemerkt, dafs die Combination der Werthe von Kohlensäure und Luft keine auch nur annähernd genauen Resultate liefern kann, da die Werthe zu wenig von einander verschieden sind, so dafs die zu bildenden Differenzen zu klein werden.

## §. 10.

### Apparat II.

#### A. Abkühlung in schmelzendem Eise.

Der Nullpunkt des Apparates liegt bei  $0^{\circ},0$ . Eine Vergleichung mit einem Normalthermometer ergab, dafs der Apparat  $14^{\circ},72$  zeigte, wenn jenes  $14^{\circ},71$  angab.

1. Kohlensäure.			2. Luft.		
Druck 100 <sup>mm</sup> .			Druck 90 <sup>mm</sup> .		
Temp.	Zeiten	$v \log e$	Temp.	Zeiten	$v \log e$
18	0		18	0	
17	27	0,0009193	17	19,25	0,001289
16	56,7	183	16	40,25	71
15	86,7	132	15	62	77
14	120	095	14	86,7	59
13	156	054	13	112	62
12	194,7	044	12	139	67
11	236	063	11	170	58
10	282	052	10	203,5	54
9	333	040	9	240,5	51
8	390	030	8	284,5	51
Mittel 0,0009089			Mittel 0,001264		

## 3. Wasserstoff.

Druck 100 <sup>mm</sup> .		
Temp.	Zeiten	$v \log e$
18	0	
14	17,5	0,006149
12	28,5	178
10	41,5	151
8	57,5	098
6	78	117
Mittel 0,006138		

## B. Abkühlung in siedendem Wasser.

Der Apparat zeigt in Dämpfen, deren Temperatur 99°,82 ist, die Temperatur 99,22. Bei einer Vergleichung mit einem Normalthermometer in einer Lösung von Chlorcalcium zeigt der Apparat die Temperatur 116°,25, wenn das Normalthermometer 117°,40 anzeigt. Während also der Apparat beim Siedepunkt 0°,6 zu niedrig zeigt, steigt diese Differenz bei 117° auf 1°,15. Berechnet man  $\alpha$ , so erhält man  $\alpha = 1,03$ , und da die früher mit  $\epsilon$  bezeichnete Gröfse im Maximum 0°,7 ist, so ist  $\frac{\epsilon}{\alpha}$  dann 0,68. Die Differenz gegen 0,7 ist so klein, dafs sie bei Berechnung von  $v \log e$  nicht zu berücksichtigen ist, wohl aber bei Bestimmung der Mitteltemperatur.

## 1. Kohlensäure.

Druck 100mm.

Die Temperatur des siedenden  
Wassers ist 99°,13.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
118,6	0	
117,6	14,5	0,001567
116,6	30	72
115,6	46,25	71
114,6	63,75	67
113,6	82	72
112,6	102,25	65
111,6	123,5	66
110,6	146,5	68
109,6	172,5	62
108,6	201	58

Mittel 0,001567

## 2. Luft.

Druck 90mm.

Die Temperatur des siedenden  
Wassers ist 99°,6.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
118,6	0	
117,6	12,25	0,001917
116,6	25,25	13
115,6	39	13
114,6	53,75	09
113,6	69,5	08
112,6	86,5	04
111,6	105	01
110,6	124,5	07
109,6	146,75	893
108,6	170,75	900

Mittel 0,001906

## 3. Wasserstoff.

Druck 100mm.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,55.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
118,6	0	
114,6	12,25	0,008355
112,6	20	214
110,6	28,5	296
108,6	39	288
106,6	52,5	233

Mittel 0,008275

## §. 11.

Berechnet man die Temperaturen, für welche die gefundenen Mittelwerthe gelten, so erhält man folgende Werthe:

	$v \log e$	Temp.	$v \log e$	Temp.
Kohlensäure	0,0009089	7,6	0,001567	107,8
Luft	0,001264	7,6	0,001906	108,0
Wasserstoff	0,006138	7,0	0,008275	107,3

Reducirt man diese Werthe in der früher angegebenen Art auf die beiden mittleren Temperaturen, so findet man

$v \log \epsilon$		Temp.	$v \log \epsilon$		Temp.
Kohlensäure	0,0009077	7,4	0,001566	107,7	
Luft	0,001263		0,001904		
Wasserstoff	0,006146		0,008283		

Das Verhältniß der Wärmeleitung bei 7°,4 und 107°,7, berechnet aus den Werthen für Luft und Wasserstoff, ist  $A_2 = 1,3063$  ').

Verbindet man ebenso die Werthe von Wasserstoff und Kohlensäure, so erhält man

$$B_2 = 1,2817.$$

Auch bei diesem Apparat ist also die Gröfse  $B_2$  kleiner als die entsprechende Gröfse  $A_2$ .

## §. 12.

### Apparat III.

#### A. Abkühlung in schmelzendem Eise.

Der Nullpunkt des Apparates liegt bei 0°,0, ebenso zeigte eine Vergleichung mit dem Normalthermometer, dafs der Apparat bei 14°,5 die richtige Temperatur angab.

1. Kohlensäure.			2. Luft.		
Druck 5mm.			Druck 5mm.		
Temp.	Zeiten	$v \log \epsilon$	Temp.	Zeiten	$v \log \epsilon$
18	0	0,0003600	18	0	0,0004432
17	69		17	56	
16	142		16	117,5	
15	219	615	15	181,5	363
14	305	578	14	251,5	339
13	394	597	13	325,5	342
12	494	564	12	408	316
11	600	565	11	495	321
10	718	556	10	593	305
9	850	542	9	701	294
8	997	532	8	822	284
Mittel 0,0003571			Mittel 0,0004335		

- 1) Für diesen Werth gilt dasselbe, was schon bei  $A_1$  erwähnt wurde, dafs nämlich noch eine Correction nothwendig ist.

## 3. Wasserstoff.

Der Nullpunkt des Apparates liegt bei  $-0^{\circ},15$ .

Druck 10mm.			Druck 47mm,9	Druck 3mm,62
Temp.	Zeiten	$v \log e$	Zeiten	Zeiten
18,15	0	0	0	0
17,15	15,5	16	15,5	16
16,15	32,5	32,5	32	33
15,15	50	51	50	51
14,15	69	70	69	70,5
13,15	89	90	89	91
12,15	111,5	112	111	113,5
11,15	135,5	136,5	136	138
10,15	161	162	161	164
9,15	191	192	191	195
8,15	224	224,5	224	228

Mittel 0,001557

## B. Abkühlung in siedendem Wasser.

Der Apparat zeigt in siedenden Dämpfen von der Temperatur  $99^{\circ},34$  die Temperatur  $98^{\circ},5$ . Bei der Vergleichung in höherer Temperatur zeigte der Apparat  $115^{\circ},5$ , wenn das Lufthermometer  $116^{\circ},9$  angab. Die Differenz der beiden Unterschiede beträgt demnach  $0^{\circ},56$ .

## 1. Kohlensäure.

Druck 5mm.

Temperatur des siedenden  
Wassers  $99^{\circ},72$ .

Temp.	Zeiten	$v \log e$
118,84	0	
117,84	30	0,0007777
116,84	62,25	738
115,84	96	749
114,84	132,5	715
113,84	171,5	694
112,84	213	696
111,84	258	688
110,84	307	680
109,84	361,5	655
108,84	420	655

Mittel 0,0007704

## 2. Luft.

Druck 5mm.

Temperatur des siedenden  
Wassers  $99^{\circ},36$ .

Temp.	Zeiten	$v \log e$
118,84	0	
117,84	27	0,0008479
116,84	55,5	459
115,84	86	456
114,84	118,75	405
113,84	153	419
112,84	190,5	393
111,84	230,75	382
110,84	275	350
109,84	323	335
108,84	376,75	303

Mittel 0,0008398

## 3. Wasserstoff.

Temperatur des siedenden Wassers 99°,36.

Druck 36<sup>mm</sup>,5.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
118,84	0	
117,84	9,75	0,002349
116,84	20,25	21
115,84	31	43
114,84	43	22
113,84	55,5	21
112,84	68,75	26
111,84	83	29
110,84	98,5	30
109,84	116,75	26
108,84	134,5	25

Mittel 0,002330

## §. 13.

Beim Wasserstoff ist für die Abkühlung in schmelzendem Eise die Berechnung von  $v \log e$  bei dem Drucke von 10<sup>mm</sup> angegeben; ausserdem sind die beobachteten Zeiten für die Drucke von 47<sup>mm</sup>,9 und 3<sup>mm</sup>,62 mitgetheilt. Die Werthe bei 47<sup>mm</sup>,9 sind fast genau dieselben, als die Werthe bei 10<sup>mm</sup>, so daß hierin der Beweis liegt, daß innerhalb dieser Druckgränzen die Strömungen verschwindend sind, und die Wärmeleitung des Wasserstoffs noch nicht jene Verminderung erfahren hat, die früher bei diesen Drucken beobachtet wurde. Bei dem Drucke von 3<sup>mm</sup>,62 sind aber die beobachteten Zeiten schon etwas größer, so daß der berechnete Werth der Wärmeleitung kleiner ausfällt.

Der Apparat III unterscheidet sich von den früheren dadurch, daß der Abstand des Gefäßes von der abschließenden Hülle größer ist. Da nun hier die untere Druckgränze, bei welcher der Werth der Wärmeleitung für Wasserstoff constant erhalten wird, tiefer als bei den früher benutzten Apparaten liegt, so scheint daraus zu folgen, daß diese untere Gränze auch von den Dimensionen des Apparates abhängt. Für die obere Gränze ist nachgewiesen, daß dieselbe um so höher liegt, je kleiner der

Absta  
ist die  
so gr  
Wesh  
Gränz  
Betrac  
abhän  
ich ni  
Be  
für w  
hält m

Kohl  
Luft  
Wass

Reduc  
ergiebt

Kohl  
Luft  
Wass

D  
berech

D  
Kohle

A  
zubrin  
nung  
der A  
Gefäß

1) V



Abstand der Hülle bei gleichbleibendem Gefäße ist; es ist dies in den Strömungen begründet, welche einen um so größern Einfluß haben, je größer der Abstand ist. Weshalb aber bei den angewandten Drucken auch die untere Gränze, bei welcher die Strömungen gar nicht mehr in Betracht kommen, von den Dimensionen des Apparates abhängt und *nur* beim Wasserstoff davon abhängt, weiß ich nicht anzugeben.

Berechnet man ebenso wie früher, die Temperaturen, für welche die gefundenen Mittelwerthe gelten, so erhält man

$v \log e$	Temp.	$v \log e$	Temp.
Kohlensäure 0,0003571	7,6	0,0007704	108,2
Luft 0,0004335	7,6	0,0008398	108,0
Wasserstoff 0,001557	7,7	0,002330	108,0

Reducirt man diese Werthe auf gleiche Temperaturen, so ergibt sich

$v \log e$	Temp.	$v \log e$	Temp.
Kohlensäure 0,0003571	7,6	0,0007687	108,0
Luft 0,0004335		0,0008398	
Wasserstoff 0,0015563		0,002330	

Das Verhältniß der Wärmeleitung bei  $7^{\circ},6$  und  $108^{\circ},0$ , berechnet aus den Werthen für Luft und Wasserstoff, ist  $A_3 = 1,3272^1$ ).

Die Combination der Werthe von Wasserstoff und Kohlensäure ergibt

$$B_3 = 1,3019.$$

#### §. 14.

An den Verhältnißzahlen ist noch eine Correction anzubringen, welche zwei verschiedenen Umständen Rechnung tragen muß. Zunächst ist zu beachten, daß in Folge der Ausdehnung des Quecksilbers die sich abkühlende Gefäßskugel bei den Versuchen in der höhern Temperatur

1) Vergleiche die Anmerkung bei dem Werthe  $A_2$ .

eine geringere Gewichtsmenge Quecksilber als bei niedrigerer Temperatur enthält, und ferner daß die specifische Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur wächst. Diese beiden Umstände wirken im entgegengesetzten Sinne auf das Resultat, so daß sie sich zum Theil compensiren.

Um die Ausdehnung des Quecksilbers in Rechnung zu bringen, setze ich als mittleren Ausdehnungscoëfficienten des Quecksilbers in dem Glase zwischen 0° und 100° den Werth 0,0156.

Enthält die Kugel bei 0°  $P$  Gramm Quecksilber, so enthält sie bei 100°

$$\frac{P}{1,0156} \text{ Gramm.}$$

Ist ferner die specifische Wärme bei 0° gleich  $c_0$ , bei 100° gleich  $c_{100}$ , so ist die Wärmemenge, welche das Quecksilber abgibt, wenn es sich von 1° auf 0° abkühlt, gleich  $P \cdot c_0$ , und die Wärmemenge, die bei der Abkühlung von 101° auf 100° von dem Gewichte  $\frac{P}{1,0156}$  abgegeben wird, gleich

$$\frac{P}{1,0156} \cdot c_{100}$$

Je größer die Wärmemenge ist, welche bei der Abkühlung um 1° abzugeben ist, um so kleiner ist die Geschwindigkeit mit der die Abkühlung erfolgt.

Die für die verschiedenen Temperaturen gefundenen Werthe von  $v \cdot \log e$  sind nur unter der Voraussetzung direct vergleichbar, daß die fraglichen Wärmemengen dieselben sind. Da dies in der That nicht der Fall ist, ist es nothwendig, die gefundenen Werthe auf gleiche Wärmemengen zu reduciren. Es genügt dazu, die Abkühlungsconstante in der höheren Temperatur mit dem Factor

$$\frac{P \cdot c_{100}}{1,0156} \cdot \frac{1}{P \cdot c_0} = \frac{c_{100}}{c_0 \cdot 1,0156}$$

zu multipliciren, oder auch mit demselben Factor die Verhältniszahlen zu multipliciren.

Das Verhältniß der specifischen Wärme des Quecksilbers bei 0° und 100° ist leider mit keiner großen Genauigkeit bisher bestimmt und daher ist die Reduction immerhin eine etwas unsichere.

Nach den Versuchen von Regnault ist die mittlere specifische Wärme des Quecksilbers zwischen den Temperaturen 10° und 100° gleich 0,03332.

Dulong und Petit<sup>1)</sup> finden die mittlere specifische Wärme zwischen 0° und 300° gleich 0,0350.

Setzt man voraus, daß die specifische Wärme der Temperatur proportional wächst, so erhält man aus diesen Zahlen

$$\frac{c_{100}}{c_0} = 1,055.$$

Ferner hat Regnault<sup>2)</sup> die specifische Wärme des Quecksilbers in dem Intervall von  $-77^{\circ},75$  bis  $+6^{\circ},3$ , als Mittel aus zwei Versuchen, zu 0,03267 bestimmt. Bei dieser Bestimmung war das Quecksilber bis  $-40^{\circ}$  fest, und bezieht sich daher die GröÙe auf einen Mittelwerth der specifischen Wärme des festen und flüssigen Quecksilbers. Da man aber annehmen darf, daß die specifische Wärme des festen Quecksilbers kleiner ist als jene, die das flüssige Quecksilber bei derselben Temperatur haben würde, so folgt, daß wenn man die Zahl 0,03267 für den flüssigen Zustand innerhalb der Gränzen  $-77,75$  und  $+6,3$  annimmt, man eine zu kleine Zahl angenommen hat. Berechnet man dann ebenso mit dem Werth 0,03332 das Verhältniß  $\frac{c_{100}}{c_0}$ , so erhält man

$$\frac{c_{100}}{c_0} = 1,021.$$

Diese Zahl ist, unter der Voraussetzung, daß die specifische Wärme des festen Quecksilbers kleiner als die des flüssigen ist, noch zu groß, sie ist aber um mehr als 3 Proc. kleiner als die aus den Versuchen von Dulong und Petit abgeleitete.

1) *Ann. de chim. et de phys.* III. s. T. 7, p. 147.

2) *Ann. de chim. et de phys.* III. s. T. 27, p. 272.

Der letzten Bestimmung von  $-77,75$  bis  $+6,3$  ist indeß deshalb keine große Genauigkeit zuzuschreiben, weil die Schmelzwärme des Quecksilbers, die von Regnault nach der Person'schen Bestimmung angenommen ist, in Rechnung zu ziehen war.

Legt man daher der ersten Bestimmung das doppelte Gewicht bei, so erhält man

$$\frac{c_{100}}{c_0} = 1,044$$

und damit wird der Factor

$$\frac{c_{100}}{c_0 \cdot 1,0156} = 1,028.$$

Die Werthe, welche sich direct aus den Versuchen ergaben, sind also um fast 3 Proc. zu klein; führt man die Correction ein, so erhält man

$$\begin{array}{ll} \bar{A}_1 = 1,3661 & \bar{B}_1 = 1,3477 \\ \bar{A}_2 = 1,3429 & \bar{B}_2 = 1,3176 \\ \bar{A}_3 = 1,3644 & \bar{B}_3 = 1,3383 \end{array}$$

### §. 15.

Berechnung des Temperaturcoefficienten für Luft und Wasserstoff.

Die Werthe der drei Apparate für die Größen  $A$  und  $B$  zeigen, daß die Werthe von  $B$  jedes Mal die kleineren sind. Man wird dies daher nicht einer Ungenauigkeit der Versuche zuschreiben dürfen, sondern schließen müssen, daß die Variabilität der Leitung der Kohlensäure mit der Temperatur eine andere ist, als die der Luft und des Wasserstoffs. Wie man die Größe dieser Abweichung der Kohlensäure aus den Versuchen ableiten kann, werde ich später zeigen; zunächst mögen nur die Werthe  $A$ , welche durch Combination der Werthe von Luft und Wasserstoff erhalten sind, mit einander verglichen werden.

Stellt man die Abhängigkeit der Leitung von der Temperatur durch die Gleichung

$$l_t = l_0(1 + \beta\tau)$$

dar, so findet man, wenn das Verhältniß der Leitung

bei den Temperaturen  $\tau$  und  $T$  bestimmt ist, und wie früher

$$\frac{l_\tau}{l} = A$$

gesetzt wird,

$$\beta = \frac{A-1}{T-A_\tau}.$$

Die Gröfsen  $\bar{A}_1$ ,  $\bar{A}_2$ ,  $\bar{A}_3$  liefern folgende Werthe für die Constante  $\beta$

$$\beta_1 = 0,003707$$

$$\beta_2 = 0,003508$$

$$\beta_3 = 0,003730.$$

Wie man sieht, ist die Uebereinstimmung dieser Werthe eine recht gute, besonders der Werthe der Apparate I und III. Diese Apparate sind in der Bestimmung sicherer, als der Apparat II, weil bei diesem die Abkühlung für die Füllung mit Wasserstoff sehr schnell vor sich geht, so dafs nur die Hälfte der Beobachtungen in derselben Reihe gemacht wurden. Ich habe diesen Mangel zwar durch eine gröfsere Zahl von Versuchen zu ersetzen gesucht, glaube aber doch nicht dieselbe Genauigkeit wie bei den anderen Apparaten erreicht zu haben.

Nimmt man das Mittel, so erhält man

$$\beta = 0,003648.$$

In Bezug auf die erlangte Genauigkeit der Versuche ist noch hervorzuheben, dafs der Berechnung durchaus keine weiteren Gröfsen zu Grunde liegen, als die beobachteten Abkühlungszeiten <sup>1)</sup>, dafs besonders die Dimensionen der Apparate in die Rechnung nicht eingehen.

Wenn ferner es als möglich zugegeben werden mufs, dafs bei den Versuchen aufser der Wärmeleitung auch noch Glasleitung vorhanden ist, da hier das Glasrohr, welches zur innern Kugel führt, in seiner Verlängerung mit der abkühlenden Masse in Berührung ist <sup>2)</sup>, so kann

1) Ausserdem die Correction, die im vorigen §. besprochen ist.

2) Bei der früheren Bestimmung der absoluten Werthe der Leitung war dies vermieden.

auch diese auf die Resultate keinen Einfluß ausüben. Denn nach der Berechnung, wie sie im §. 1 gezeigt wurde, wird die Abkühlung durch zwei Summanden bewirkt, von denen der eine die Leitung des betreffenden Gases darstellt, der andere aber von dem in dem Apparate befindlichen Gase unabhängig ist. Bei der Aufstellung der Gleichungen wurde diese letzte GröÙe als von der Strahlung herrührend hingestellt; ist aber außer der Strahlung noch Glasleitung vorhanden, so umfaßt dieselbe beides, da auch die Glasleitung unabhängig von der Natur des untersuchten Gases ist. Die Werthe, welche man für die Strahlung aus den Versuchen berechnen kann, sind dann freilich nicht unbedingt maafsgebend, da es eben nicht constatirt ist, daß die Glasleitung als verschwindend zu betrachten ist.

#### §. 16.

Mit dem Apparat III war es möglich, die Untersuchung in noch höheren Temperaturen als der des siedenden Wassers, fortzusetzen. Wie sich aus dem Mitgetheilten ergibt, ist hierzu eine siedende Flüssigkeit notwendig, welche einen möglichst constanten Siedepunkt besitzt und, ohne überhitzt zu werden, auch leicht siedet. Das Letztere ist besonders wesentlich, weil die Temperatur der Hülle während der Beobachtung eine genau bestimmbare seyn muß; eine solche Bestimmung ist aber nicht ausführbar, wenn die Flüssigkeitstheilchen, welche sich in unmittelbarer Umgebung der Hülle befinden, eine höhere Temperatur, als die Siedetemperatur, welche der Flüssigkeit entspricht, annehmen.

Als Flüssigkeit versuchte ich zunächst Anilin, welches bei 180° einen hinreichend constanten Siedepunkt besaß. Die Resultate sind aber nicht zu verwerthen, wie die Berechnung ergab. Wenn man nicht annehmen will, was doch sehr unwahrscheinlich seyn würde, daß die Leitungsconstante mit erhöhter Temperatur viel langsamer zunimmt, als bei niedriger Temperatur, so ergaben die

Versu  
Hülle  
die I  
here  
welch  
die E  
zu kl  
licher  
früher  
wurde  
jene  
des S  
nicht  
nicht  
schne  
gröÙe  
A  
Lösun  
bei 1  
stant  
der F  
cunde  
dieser  
Aber  
Wass  
ratur  
wüns  
in di  
Halle  
eine  
mehr  
davor  
gerin  
selbe

Versuchswerthe für Wasserstoff das Resultat, daß die Hülle des Apparates während der Beobachtungen nicht die Temperatur des siedenden Anilins, sondern eine höhere besaß, so daß die Werthe für die Abkühlung, welche unter der Voraussetzung berechnet wurden, daß die Hülle wirklich jene Temperatur angenommen habe, zu klein sich ergaben. Es tritt also beim Anilin ein ähnlicher Fall, nur in viel geringerem Maafsstabe ein, welcher früher bei der Abkühlung in Wasserdämpfen erwähnt wurde; die Flüssigkeit ist nicht im Stande, die Hülle auf jene Temperatur zu bringen, welche sie selbst während des Siedens besitzt. Daß gerade beim Wasserstoff und nicht bei den andern Gasen dies besonders hervortrat, ist nicht auffallend, da die Abkühlung für Wasserstoff viel schneller vor sich geht, somit in derselben Zeit eine größere Wärmemenge von der Hülle abgegeben wird.

Als zweite Flüssigkeit habe ich eine sehr concentrirte Lösung von Chlorcalcium angewendet, deren Siedepunkt bei  $147^{\circ},8$  lag. Die Lösung behielt sehr gut einen constanten Siedepunkt bei; außerdem wurde die Temperatur der Flüssigkeit während des Versuches von 30 zu 30 Sekunden durch einen zweiten Beobachter notirt, so daß in dieser Beziehung eine vollständige Sicherheit erlangt wurde. Aber auch hier bleibt es zweifelhaft, ob gerade beim Wasserstoff die Hülle während der Versuche die Temperatur der siedenden Flüssigkeit erhalten hat. Es wäre wünschenswerth gewesen, noch ein zweites Thermometer in die Flüssigkeit tauchen zu lassen, dessen Gefäß die Hülle des Apparates berührt hätte; es liefs sich aber eine zweckmäßige Vorrichtung hierzu nachträglich nicht mehr treffen. Die Versuche werden daher, abgesehen davon, daß so hohe Temperaturbestimmungen immer einen geringeren Grad der Sicherheit haben werden, nicht dieselbe Bedeutung, als die früher mitgetheilten besitzen.

## Apparat III.

Abkühlung in einer Lösung von Chlорcalcium.

Der Apparat zeigte die Temperatur  $145^{\circ},3$ , wenn die wirkliche Temperatur  $147^{\circ},8$  war.

## 1. Kohlensäure.

Druck  $5^{\text{mm}}$ .Temperatur der siedenden Flüssigkeit  $147^{\circ},4$ .

Temp.	Zeiten	$v \log e$
166,5	0	
165,5	24	0,001028
164,5	50	15
163,5	78	09
162,5	107	14
161,5	138	17
160,5	173	11
159,5	211	06
158,5	251	09

Mittel 0,001012

Ein zweiter Versuch ergab für  $v \log e$  — 0,001029, wenn die Temperatur der siedenden Flüssigkeit  $147^{\circ},7$  war.

## 2. Luft.

Druck  $5^{\text{mm}}$ .Temperatur der siedenden Lösung  $147^{\circ},7$ .

Temp.	Zeiten	$v \log e$
168,5	0	
167,5	20	0,001068
166,5	41	71
165,5	63	72
164,5	86	77
163,5	111	74
162,5	137	79
161,5	165	79
160,5	196	75
159,5	230,5	67
158,5	268	62
157,5	308	61

Mittel 0,001070

Ein zweiter Versuch ergab für  $v \log e$  — 0,001063, wenn die Temperatur der siedenden Flüssigkeit  $147^{\circ},2$  war.



## 3. Wasserstoff.

Druck 36<sup>mm</sup>,5.

Temperatur der siedenden Lösung 147°,75.

Temp.	Zeiten	$v \log e$
165,5	0	
164,5	9,5	0,002652
163,5	19,5	733
162,5	30	680
161,5	41,5	672
160,5	54	661
159,5	67,5	654
158,5	82	656
157,5	98	655

Mittel 0,002670

Ein zweiter Versuch, bei welchem die Temperatur der siedenden Flüssigkeit 148°,0 war, ergab für  $v \log e$  —0,002662.

## §. 17.

Berechnet man die Temperaturen, für welche die Mittelwerthe gelten, so erhält man

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,001020	155°.
Luft	0,001066	156,5
Wasserstoff	0,002666	155,6.

Werden die Werthe auf die mittlere Temperatur 155°,7 reducirt, so erhält man

	$v \log e$	Temperatur
Kohlensäure	0,001023	155,7.
Luft	0,001062	
Wasserstoff	0,002667	

Das Verhältniß der Wärmeleitung für die Temperaturen 7°,6 und 155°,7, berechnet aus den Werthen von Luft und Wasserstoff, ist

$$A_1 = 1,4295.$$

Durch Combination der Werthe von Kohlensäure und Wasserstoff findet man

$$B_1 = 1,3709.$$

Bringt man auch hier die Correction an, wie sie im §. 14 besprochen ist, so hat man die Werthe mit 1,042 zu multipliciren und erhält

$$\bar{A}_4 = 1,4894$$

$$\bar{B}_4 = 1,4280.$$

Um die erhaltene Gröfse  $\bar{A}_4$  mit den früheren zu vergleichen, berechnet man (nach Gleichung 1 des §. 15) die Gröfse  $\beta_4$ , indem man für  $\tau$  und  $T$  die Werthe  $7^{\circ},6$  und  $155^{\circ},7$  einsetzt.

Man erhält

$$\beta_4 = 0,003388.$$

Der Werth  $\beta_4$  ist entschieden kleiner, als die früher bestimmten Werthe  $\beta$ . Es kann dies darin begründet seyn, daß die Temperaturfunction der Wärmeleitung nicht von so einfacher Form ist, wie angenommen wurde, oder darin, daß, wie schon hervorgehoben wurde, die Hülle des Apparates während der Beobachtungen für Wasserstoff eine höhere Temperatur besaß, als die in die Rechnung eingeführte. Nimmt man einen Fehler von 2 Proc. in der Bestimmung des Werthes 0,002667 für Wasserstoff, so würde man für  $\beta$  den Werth 0,00372 erhalten; einem Fehler von 2 Proc. würde eine Temperaturerhöhung von  $0^{\circ},3$  entsprechen, so daß die Hülle in Wirklichkeit eine um  $0^{\circ},3$  höhere Temperatur besaß, als die vom Thermometer angegebene und den Rechnungen zu Grunde gelegte. Da durch Einsetzen des warmen Apparates in die Salzlösung die Verdampfung vermehrt wird, und besonders in unmittelbarer Umgebung desselben stärker, als in einiger Entfernung ist, so ist es möglich, daß die Concentration der Lösung hierdurch ein wenig erhöht wurde, wodurch dann eine Temperaturzunahme bedingt ist. Ich halte aus diesen Gründen den Werth von  $\beta_4$  nicht für hinreichend sicher, um die frühere Bestimmung zu modificiren; es schien mir aber nicht ohne Interesse, die Resultate in der höheren Temperatur mitzuthellen.

## §. 18.

Berechnung des Temperaturcoëfficienten für Kohlensäure.

Bezeichnet man mit  $V_{k, \tau}$  die Abkühlungsconstante bei Fällung mit Kohlensäure für die Temperatur  $\tau$ , so ergeben sich, wenn analoge Bezeichnungen wie in §. 1, eingeführt werden, folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} V_{w, \tau} &= w_{\tau} + s_{\tau} & V_{w, T} &= A \cdot w_{\tau} + s_T \\ V_{k, \tau} &= k_{\tau} + s_{\tau} & V_{k, T} &= C \cdot k_{\tau} + s_T. \end{aligned}$$

Um aus diesen Gleichungen die Gröfse  $C$  zu bestimmen, muß das Verhältniß  $w_{\tau} : k_{\tau}$  bekannt seyn. Es ist dieses das Verhältniß der Leitung des Wasserstoffs zur Kohlensäure bei der Temperatur  $\tau$ , die nahezu gleich 7°,5 ist. Für dieses Verhältniß ergeben meine früheren Versuche den Werth

$$\frac{w_{\tau}}{k_{\tau}} = 10,485 = m.$$

Führt man die Gröfse  $B$ , die numerisch bestimmt und durch die Gleichung

$$B = \frac{V_{w, T} - V_{k, T}}{V_{w, \tau} - V_{k, \tau}}$$

definirt ist, ein, so erhält man für  $C$

$$C = B + (A - B) m.$$

Die drei Apparate liefern nach vorstehender Formel folgende Werthe

$C_1 = 1,541$	bezogen auf $\tau = 7,5$ ;	$T = 109$
$C_2 = 1,582$	" "	7,4 107,7
$C_3 = 1,612$	" "	7,6 108.

Berechnet man aus diesen Verhältnißzahlen den Temperaturcoëfficienten  $\beta$ , so findet man

$$\beta_1 = 0,00548$$

$$\beta_2 = 0,00596$$

$$\beta_3 = 0,00626$$

$$\text{Mittel } 0,00590.$$

Die Werthe für  $\beta$  werden, wie sich aus der Bestimmung von  $C$  ergibt, um so größer, je größer die Differenz  $(A - B)$  ist; bei dem Apparat I ist diese Differenz 0,0184,

bei dem Apparate II — 0,0253 und bei dem Apparat III — 0,0261. Durch diese Differenzen wird es bewirkt, daß die Verhältniszahl der Leitungen der Kohlensäure von 1,36 auf 1,59 wächst, da diese Differenzen mit  $m = 10,485$  multiplicirt zu der früher bestimmten GröÙe  $B$  addirt werden. Wegen der geringen GröÙe der Differenzen, welche einen so groÙen Einfluß auf die Bestimmung von  $C$  ausüben, ist man geneigt anzunehmen, daß der numerischen Berechnung von  $C$  keine weitere Bedeutung beizulegen sey, als das Resultat, daß  $C$  größer, als  $A$  sey, so daß die Wärmeleitung der Kohlensäure stärker mit der Temperatur wächst, als jene der Luft oder des Wasserstoffs. Berücksichtigt man indeß, daß die Einwirkung von angenommenen Fehlern auf die Differenz ( $A - B$ ) eine ganz andere als auf die einzelnen GröÙen  $A$  und  $B$  ist, so überzeugt man sich leicht, daß die numerische Bestimmung von  $C$  auf Grund der gefundenen Differenzen doch keine so unsichere ist, als es anfangs scheinen mag.

Ich habe in den sechs zur Bestimmung der Differenz ( $A - B$ ) dienenden GröÙen je 1 Procent ihres Betrages als Fehler vorausgesetzt und den Einfluß bestimmt, den jeder dieser Fehler auf die fragliche Differenz haben würde. Es wurden folgende Resultate für den Apparat II erhalten:

Ein Fehler von	bewirkt in der Differenz ( $A - B$ )
1 Procent in	den Fehler
$V_w, T$	+ 0,0011
$V_l, T$	— 0,0039
$V_k, T$	+ 0,0030
$V_w, \tau$	— 0,0014
$V_l, \tau$	+ 0,0034
$V_k, \tau$	— 0,0022.

Nimmt man an, daß alle diese Fehler in demselben Sinne wirkten, so erhält man als Gesamtfehler die absolute Summe obiger GröÙen, oder 0,0150. Es würde

unter dieser Voraussetzung die Gröfse  $C_2 = 1,425$  anstatt 1,582 sich ergeben.

Man sieht, dafs selbst unter Annahme dieser Fehler die Gröfse  $C$  doch noch bedeutend gröfser als  $A$  ist. Da es aber unwahrscheinlich ist, dafs der eben berechnete Fehler in der That gemacht ist, so glaube ich nicht zu weit zu gehen, wenn ich aus den Versuchen das Resultat hinstelle, dafs für Kohlensäure die Gröfse  $\beta$  in der Formel

$$k_t = k_0 (1 + \beta \cdot \tau)$$

mindestens den Werth 0,0050 habe.

### §. 19.

II. Berechnung der Strahlung und der Abhängigkeit derselben von der Temperatur.

Die Bestimmung der Strahlung ist nach der im §. 15 gemachten Bemerkung einer großen Genauigkeit nicht fähig, da die Gröfsen  $s_t$  und  $s_r$ , welche in die Gleichungen eingehen, außer der Strahlung auch noch Glasleitung enthalten. Außerdem ist es zur Bestimmung der Strahlung pro Flächeneinheit erforderlich, die Oberfläche des strahlenden Körpers zu kennen. Da die Gefäfskugel des Thermometers in der Glashülle sich befand, war es nicht möglich eine directe Messung vorzunehmen und man mußte sich daher begnügen, die Gröfse der Gefäfskugel aus dem Gewichte des Quecksilbers, welches sie enthielt, zu berechnen.

Aus den Gleichungen I des §. 1, welche sich auf Luft und Wasserstoff beziehen, hat man

$$s_t = V_{l, \tau} - \frac{V_{w, \tau} - V_{l, \tau}}{n - 1}.$$

Es bezeichnet hier  $n$  das Verhältnifs der Leitungen des Wasserstoffs und der Luft, also

$$\frac{w_t}{l_t} = n.$$

Ebenso erhält man aus den Gleichungen II des §. 1

$$s_T = V_{l,T} - A \frac{V_{w,T} - V_{l,T}}{n-1}.$$

Setzt man nach meinen früheren Versuchen

$$n = 6,33,$$

so findet man folgende Werthe für  $s$

	Apparat I	$s_{7,5} = 0,0001512$	$s_{109} = 0,0003904$
1)	" II	$s_{7,4} = 0,000347$	$s_{107,7} = 0,0007268$
	" III	$s_{7,6} = 0,0002228$	$s_{108} = 0,0005759.$

Dieselben Gröfsen lassen sich auch aus den Gleichungen des §. 18 berechnen, indem man die Werthe, welche für Wasserstoff und Kohlensäure gefunden wurden, mit einander combinirt. Man erhält:

	Apparat I	$s = 0,0001483$	$s = 0,0003874$
2)	" II	$s = 0,0003550$	$s = 0,0007365$
	" III	$s = 0,0002307$	$s = 0,0005865.$

Die gute Uebereinstimmung dieser Werthe mit den vorhin bestimmten giebt einen Beweis für die Genauigkeit der Versuche.

Stellt man für die Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur bei gleicher Temperaturdifferenz dieselbe Formel auf, welche Dulong und Petit zur Darstellung ihrer Abkühlungsversuche verwandt haben, nämlich

$$s_t = s_0 a^t,$$

so erhält man aus den mitgetheilten Zahlen<sup>1)</sup> für die Gröfse  $a$  die Werthe

$$\begin{aligned} a_1 &= 1,0094 \\ a_2 &= 1,0074 \\ a_3 &= 1,0094. \end{aligned}$$

Der Werth  $a_2$  ist bedeutend kleiner, als die beiden andern Werthe. Der Apparat II hat den kleinsten Abstand zwischen Gefäß und Hülle und daher hat hier die Glasleitung am meisten eingewirkt. Da nun die Wärme-

1) Es sind zur Berechnung der Gröfse  $a$  die Mittelwerthe, welche sich aus den Reihen 1) und 2) ergeben, benutzt.

leitung des Glases jedenfalls weniger stark mit der Temperatur wächst, als die Strahlung, so muß der für den Apparat II bestimmte Werth von  $a$  auch kleiner seyn. Berücksichtigt man diesen Werth nicht, so erhält man

$$s_r = s_0 (1,0094)^r.$$

Es bezieht sich die Bestimmung der Werthe auf die Temperaturdifferenz von  $1^\circ$  und daher sagt die Gleichung aus: Wenn die Wärmemenge, welche eine Glasfläche von der Temperatur  $1^\circ$  in einer Umgebung von der Temperatur  $0^\circ$  durch Strahlung verliert, gleich  $s_0$  ist, so ist die Wärmemenge, welche dieselbe Oberfläche bei der Temperatur  $(r + 1)$  in einer Umgebung von der Temperatur  $r$  verliert, gleich  $s_r$

$$s_0 (1,0094)^r.$$

Dulong und Petit haben für die Strahlung einen kleineren Werth für  $a$ , nämlich 1,0077 gefunden. Es wurde hier die Strahlung direct bestimmt, indem ein Körper in einem Raume, in welchem der Gasdruck noch 1 bis 2<sup>mm</sup> betrug, abgekühlt wurde. Da bei einem solchen Drucke die Gasleitung aber noch vollständig zur Geltung kommt, so wird die Abkühlung nicht allein durch Strahlung, sondern auch durch Leitung bewirkt, und da weiter die Gasleitung sehr viel geringer, als die Strahlung mit der Temperatur wächst, so mußten Dulong und Petit für die Größe  $a$  einen kleineren Werth erhalten, als der Abhängigkeit der Strahlung von der Temperatur entspricht.

Aus dem Vorstehenden ergibt sich, daß die Strahlung sehr schnell mit der Temperatur wächst; setzt man die Strahlung bei  $0^\circ$  für die Temperaturdifferenz  $1^\circ$  gleich 1, so ist dieselbe für die gleiche Temperaturdifferenz bei  $100^\circ$  gleich 2,57.

1) Der Factor 1,0094 ist wahrscheinlich noch etwas zu klein, da auch bei den Apparaten I und III, wenn auch in viel geringerem Maaße als bei dem Apparat II, die Glasleitung zur Abkühlung mitgewirkt hat.

Um aus den durch die Versuche bestimmten Werthen für  $s_t$  die Gröfse der Strahlung pro Flächeneinheit zu ermitteln, hat man folgende Gleichung

$$\sigma = \frac{P \cdot c}{4r^2 \pi} \frac{s_t}{\log e}.$$

Es bezeichnet in dieser Formel  $P$  das Gewicht des Quecksilbers, welches die Gefäßkugel enthält,  $c$  die spezifische Wärme des Quecksilbers und  $r$  den Radius der Kugel, welcher, wenn  $d$  das spezifische Gewicht des Quecksilbers bedeutet, nach der Gleichung

$$r = \left( \frac{3P}{4\pi \cdot d} \right)^{\frac{1}{3}}$$

berechnet ist.

Man erhält für die verschiedenen Apparate

$$\sigma_1 = 0,000101$$

$$\sigma_2 = 0,000157$$

$$\sigma_3 = 0,000098.$$

Der Werth  $\sigma_2$  ist gegenüber den beiden andern zu groß; wie schon erwähnt wurde, ist bei dem Apparat II die Glasleitung am größten, so daß diese den Werth  $\sigma_2$  bedeutend vergrößert hat.

Die beiden Werthe  $\sigma_1$  und  $\sigma_3$  stimmen nahe überein; es scheint hiernach bei den Apparaten I und III die Glasleitung nur mehr einen sehr geringen Beitrag zur Abkühlung geliefert zu haben, da im andern Falle, nach den Dimensionen der Apparate, der Werth  $\sigma_1$  den Werth  $\sigma_3$  weit mehr übertreffen müßte. Das Mittel aus beiden Werthen ist 0,0000995, welches sich auf die Temperatur 7°,5 bezieht.

Um eine Vergleichung mit dem von Kundt und Warburg<sup>1)</sup> gefundenen Werthe 0,000093 zu erhalten, muß der von mir bestimmte Werth auf 0° reducirt werden; man erhält dann 0,000088.

1) Diese Ann. Bd. CLVI, S. 208. Es beruht auf einem Druckfehler, daß in der erwähnten Abhandlung  $\sigma_1 = 0,00093$  anstatt 0,000093 angegeben ist, wie sich aus der Berechnung der Formel ergibt.



Der Werth 0,000088 ist die Strahlungsconstante  $\sigma_0$  für Glas, bezogen auf 0° bei der Temperaturdifferenz 1° und auf die Einheiten Centimeter, Gramm und Secunde.

## §. 20.

Nachdem im vorigen §. die Gröfßen  $s_i$  berechnet sind, lassen sich auch die inneren Radien  $R$  der äußeren Hüllen bei den Apparaten ermitteln. Man hat zur Bestimmung von  $R$  folgende Gleichung

$$\frac{P \cdot c \cdot l_e}{\log e} = \frac{k \cdot 4\pi}{\frac{1}{r} - \frac{1}{R}}$$

und daraus

$$R = r \cdot \frac{P \cdot c \cdot l_e}{P \cdot c \cdot l_e - k 4\pi r \cdot \log e}.$$

Es bezeichnet in dieser Gleichung  $k$  den absoluten Werth der Wärmeleitung der Luft,  $l_e$  die Gröfße, welche im §. 1 definiert ist, so dafs

$$l_e = V_{l, i} - s_i.$$

Nach meiner früheren Bestimmung ist

$$k = 0,0000525,$$

bezogen auf Gramm, Centimeter und Secunde.

Man erhält für die verschiedenen Apparate folgende Werthe:

		Abstand von Gefäß und Hülle
$r_1 = 1,946$ Cm.	$R_1 = 2,264$ Cm.	0,318 Cm.
$r_2 = 1,294$ "	$R_2 = 1,436$ "	0,142 "
$r_3 = 1,247$ "	$R_3 = 2,356$ "	1,109 "

## §. 21.

## III. Vergleichung der Versuchsergebnisse mit der Theorie.

Was zunächst die Werthe angeht, welche für die verschiedenen Gase bei derselben Temperatur gefunden wurden, so zeigt die Uebersicht, welche ich am Schlusse meiner vorigen Arbeit gegeben habe, dafs die Abweichung der

Resultate, die nach der Theorie berechnet wurden, von den Versuchen eine ziemlich beträchtliche ist. Da die Theorie der Wärmeleitung ein ideelles Gas voraussetzt, so mögen zunächst jene Gase in Betracht gezogen werden, welche dieser Forderung am meisten genügen; es sind dies Luft, Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff und Kohlenoxyd.

Die Werthe, welche in der Columnne  $a$  zusammengestellt sind, sind nach der Formel von Clausius berechnet, indem die mittlere Weglänge  $\varepsilon$  durch den Reibungscoëfficienten nach der Gleichung

$$\varepsilon = \frac{3\eta}{\rho \cdot u}$$

ersetzt wurde.

Clausius hebt bei Ableitung seiner Gleichung hervor, daß zur numerischen Bestimmung des Wärmeleitungscoëfficienten, es nothwendig ist, die Mittelwerthe, welche bei Ableitung der Formeln benutzt und unter der Voraussetzung, daß die Geschwindigkeit aller Gasmoecüle bei derselben Temperatur die gleiche sey, bestimmt wurden, durch die wahren Mittelwerthe zu ersetzen. Ich habe diese Rechnung durchgeführt, indem ich das von Maxwell aufgestellte Vertheilungsgesetz für die Geschwindigkeiten anwandte. Nach diesem Gesetz ist, wenn  $\omega$  die mittlere Geschwindigkeit der Moecüle bezeichnet,

$$\text{das mittlere Quadrat der Geschwindigkeiten} = \omega^2 \cdot \frac{3\pi}{8}$$

$$\text{der mittlere Cubus} \quad \quad \quad = \omega^3 \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Es ist dann für  $\varepsilon$  der Werth

$$\varepsilon = \frac{8}{\pi} \cdot \frac{\eta}{\rho \cdot \omega}$$

einzusetzen.

Die erhaltenen Resultate sind etwas verschieden, je nachdem man in der Gleichung V (Clausius, Abhandlungen, XVI, S. 302) in dem Ausdruck von  $G$  für  $V^3$  den mittleren Cubus einsetzt, also  $\bar{V}^3$ , oder das mittlere Quadrat  $\bar{V}^2$  multiplicirt mit der ersten Potenz  $\bar{V}$ .

Im erstern Falle erhält man anstatt der Gleichung (a) in meiner vorigen Abhandlung, welche lautete

$$k = \frac{5}{4} \cdot \eta \cdot c \cdot g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

die Beziehung

$$k = \frac{50}{48} \cdot \eta \cdot c \cdot g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a_1),$$

im zweiten Falle

$$k = \frac{10}{3\pi} \cdot \eta \cdot c \cdot g \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a_2).$$

Die Formel  $a_2$  ist aber nach meiner Ansicht die richtige, da in dem Ausdruck für  $G$  die lebendige Kraft der Moleculé dargestellt werden soll, welche in der Zeiteinheit durch die Flächeneinheit hindurchgeht. Die lebendige Kraft, welche  $\bar{V}^2$  enthält, wird mit der Anzahl der Moleculé, welche  $\bar{V}$  als Factor aufnehmen, multiplicirt; es darf daher das Product  $\bar{V}^2 \cdot \bar{V}$  nicht in  $\bar{V}^3$  zusammengefaßt werden.

Beide Formeln ( $a_1$ ) und ( $a_2$ ) liefern übrigens kleinere Werthe, als die erste Formel (a), so daß die nach diesen Formeln berechneten Werthe gegenüber den Versuchen eine noch größere Abweichung zeigen würden.

In der Columnne  $c$  der Uebersicht der vorigen Arbeit, sind die Werthe angegeben, welche nach der Theorie Maxwell's berechnet sind; nur sind die Werthe mit dem Factor  $\frac{3}{2}$  multiplicirt, weil, wie schon damals erwähnt wurde, von Boltzmann nachgewiesen ist, daß in der Berechnung des numerischen Coëfficienten ein Versehen von Maxwell gemacht worden ist. Es sind hiernach die Werthe, wie die Zusammenstellung zeigt, und auch eine Vergleichung der Formeln ergiebt, doppelt so groß, als die nach der Formel (a) berechneten. Die Werthe sind sämtlich zu groß, so daß die Differenzen gegenüber den Versuchswerthen noch bedeutend größer sind, als die nach der Formel (a) sich ergebenden Unterschiede.

Stellt man die Vergleichung in der Art an, daß man für den Werth der Wärmeleitung der Luft 1 setzt, so erhält man nach beiden Theorien dieselben Werthe für die übrigen Gase. In der folgenden Tabelle sind die Werthe zusammengestellt, die sich nach den Versuchen und der Theorie ergeben.

Gase	Versuch	Theorie
Luft	1	1
Wasserstoff	6,33	7,02
Kohlenoxyd	0,97	1,00
Sauerstoff	1,07	1,03
Stickstoff	1,00	0,99.

Die Werthe stimmen sehr nahe überein bis auf jenen, welcher für Wasserstoff gefunden wurde; es beträgt hier der Unterschied 10 Proc. Stefan und auch Kundt und Warburg haben für Wasserstoff den der Theorie entsprechenden Werth gefunden. Die Versuchsergebnisse Stefan's sind für Wasserstoff nicht im Detail mitgetheilt, so daß sich die Genauigkeit nicht bestimmen läßt<sup>1)</sup>; für die Bestimmung von Kundt und Warburg werde ich am Schlusse dieser Arbeit §. 23 nachweisen, daß in Folge eines Versehens bei der Berechnung sich ein zu großer Werth für Wasserstoff ergeben hat.

Von den eben erwähnten Gasen, welche als permanente angesehen werden können, unterscheiden sich die übrigen untersuchten Gase wesentlich dadurch, daß sie viel größere Abweichungen vom Mariotte'schen und Gay-Lussac'schen Gesetze zeigen und somit die Voraussetzung, welche in der Theorie der Gase gemacht wird, nicht erfüllen. Aber wenn auch die Theorie diesen Abweichungen Rechnung tragen wollte, so würde man doch nicht im Stande seyn, eine genaue Vergleichung zwischen den nach der Theorie berechneten und den aus dem Versuch abgeleiteten Werthen anzustellen. Denn erstens ist das Verhältniß der specifischen Wärme bei constantem Druck und bei constantem Volumen dieser Gase noch nicht genau ermittelt und zweitens kennt man

1) Anmerkung bei der Correctur. Nach kürzlich mitgetheilten Versuchen findet Stefan für Wasserstoff 6,72.

die Abhängigkeit der specifischen Wärme der Gase von der Temperatur nicht. Was den letzteren Punkt betrifft, so geht aus den Versuchen Regnault's über die specifische Wärme der Kohlensäure bei constantem Druck hervor, daß diese mit der Temperatur ganz bedeutend wächst, so daß dieselbe bei 100° um mehr als 13 Proc. größer als bei 0° ist. Wie Röntgen<sup>1)</sup> gezeigt hat, ist der Unterschied der specifischen Wärmen bei constantem Volumen noch größer und beträgt etwa 20 Proc. Da Regnault die anderen Gase nicht genauer untersucht hat, es aber wohl unzweifelhaft ist, daß dieselben ebenso, wie Kohlensäure, eine von der Temperatur abhängige specifische Wärme besitzen, so lassen sich die Werthe nicht ermitteln, welche für die Temperatur, bei welcher die Versuche über die Wärmeleitung angestellt sind, gelten.

Die von mir zur Berechnung benutzten Werthe der specifischen Wärmen sind die von Regnault bestimmten, welche als mittlere Werthe zwischen den Temperaturen 10° und 200° anzusehen sind; die specifischen Wärmen bei constantem Volumen sind aus jenen nach der Theorie der Gase, wie dies Clausius gezeigt hat, berechnet.

Wenn man die Wärmeleitung der Luft gleich 1 setzt, so erhält man mittels dieser Werthe für die übrigen Gase:

	Versuch	Theorie
Luft	1	1
Kohlensäure	0,60	0,86
Aethylen	0,79	1,13
Sumpfgas	1,23	1,76
Stickoxyd	0,88	0,96
Stickoxydul	0,69	0,91.

Die nach der Theorie berechneten Werthe sind bei allen Gasen größer, als die experimentell bestimmten.

Setzt man für die specifische Wärme der Kohlensäure bei constantem Volumen anstatt des Werthes — 0,1711 —, wie er zur Berechnung der Verhältniszahl 0,86 gedient

1) Diese Ann. Bd. CXLVIII, S. 610.

Poggendorff's Annal. Bd. CLVII.

hat, den Werth 0,1436, welcher sich für  $7^{\circ}$  ergibt (vgl. Röntgen), so erhält man 0,72. Es ist dieser Werth zwar auch noch bedeutend gröfser, als der experimentell bestimmte, kommt demselben aber schon viel näher, als der frühere.

Die Werthe, welche bei den übrigen zuletzt genannten Gasen für die specifische Wärme zur Berechnung der Wärmeleitung eingeführt wurden, sind nach dem früher Erwähnten ebenfalls zu grofs, so dafs es darin zum Theil begründet ist, weshalb die nach der Theorie berechneten Werthe die Versuchsergebnisse so bedeutend übertreffen<sup>1)</sup>.

### §. 22.

Die beiden einander sich gegenüber stehenden Theorien von Clausius und Maxwell unterscheiden sich neben den numerischen Coëfficienten wesentlich durch das Gesetz, welches sie für die Veränderung der Wärmeleitung mit der Temperatur aufstellen. Nach der Theorie von Clausius wächst die Wärmeleitung proportional der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur, nach der Theorie Maxwell's aber proportional dieser Temperatur selbst.

Die Versuche haben ganz unzweideutig zu Gunsten der letzteren Theorie entschieden. Wird die Wärmeleitung der Luft oder des Wasserstoffs bei  $0^{\circ}$  gleich 1 gesetzt, so ergeben die Versuche, dafs dieselbe bei  $100^{\circ}$  gleich 1,364 ist. Es ist schon erwähnt, dafs der Bestimmung dieser Gröfse dadurch eine gewisse Unsicherheit anhaftet,

- 1) E. Wiedemann (Habilitationsschrift, Leipzig, December 1875) hat die Abhängigkeit der specifischen Wärme mehrerer Gase von der Temperatur untersucht. Die specifische Wärme bei constantem Druck für Aethylen und Stickoxydul ist nach diesen Versuchen bei  $7^{\circ},5$  gleich 0,342 resp. 0,200. Aus diesen Zahlen ergeben sich für die specifischen Wärmen bei constantem Volumen die Werthe 0,270 resp. 0,154; hierdurch werden die Verhältniszahlen der Wärmeleitung, bezogen auf Luft = 1, für Aethylen 0,92 und für Stickoxydul 0,78. Auch diese Werthe kommen den experimentell bestimmten bedeutend näher, als die nach den Regnault'schen Zahlen berechneten.

dafs die Veränderung der specifischen Wärme des Quecksilbers mit der Temperatur nicht genau bekannt ist; würde man diese Veränderung gar nicht berücksichtigen, so würde man anstatt 1,364 den Werth 1,310 erhalten. Auch dieser letztere Werth zeigt, dafs das von Clausius aufgestellte Gesetz den Thatsachen nicht entspricht, und wenn man auch, so lange hinsichtlich der specifischen Wärme des Quecksilbers keine hinreichende Sicherheit besteht, durch die Versuche das von Maxwell's abgeleitete Gesetz nicht als vollständig erwiesen betrachten will, so wird man es doch als sehr wahrscheinlich hinstellen müssen.

Für die Kohlensäure wurde ein beträchtlich gröfserer Temperaturcoefficient, als für Luft und Wasserstoff gefunden; wird wieder die Wärmeleitung der Kohlensäure bei  $0^\circ$  gleich 1 gesetzt, so ist dieselbe bei  $100^\circ$  gleich 1,593. Da nach der Theorie Maxwell's der Temperaturcoefficient mit dem Ausdehnungcoefficienten identisch seyn soll, so ist die Zunahme der Wärmeleitung der Kohlensäure mit der Temperatur viel gröfser als man erwarten sollte. Es kann diese Identität aber nur dann bestehen, wenn die specifische Wärme des Gases von der Temperatur unabhängig ist. Bei der Kohlensäure ist dies nicht der Fall und man wird daher bei der theoretischen Bestimmung des Temperaturcoefficienten diese Aenderung der specifischen Wärme in Rechnung ziehen müssen.

Für das Verhältnifs der specifischen Wärmen der Kohlensäure (vgl. Röntgen) hat man nach den Versuchen Regnault's folgende Werthe:

$$\text{bei } 0^\circ \quad k_0 = 1,3220$$

$$\text{bei } 100^\circ \quad k_{100} = 1,2603.$$

Da nach der Theorie die Wärmeleitung dem um eins verminderten Verhältnifs der specifischen Wärmen umgekehrt proportional ist, so erhält man für die Wärmeleitung der Kohlensäure bei  $100^\circ$ , jene bei  $0^\circ$  gleich 1 gesetzt, den Werth

$$\frac{k_0 - 1}{k_{100} - 1} \cdot 1,367 = 1,691.$$

Nach dieser Berechnung ist also der theoretische Werth des Temperaturcoefficienten noch gröfser, als der experimentell bestimmte.

Man könnte gegen die Zulässigkeit dieser Berechnung einwenden, dafs die Veränderung der specifischen Wärme der Kohlensäure mit der Temperatur bei so geringen Drucken, wie sie bei meinen Versuchen angewendet sind, nicht bewiesen und sogar unwahrscheinlich ist, da Regnault aus den Versuchen über die Ausdehnung der Gase gezeigt hat, dafs die Gase um so geringere Abweichungen vom Gay-Lussac'schen Gesetze zeigen, je kleiner der Druck wird. Es würde dann weiter daraus folgen, dafs die Kohlensäure bei sehr geringen Drucken nahezu als ein ideelles Gas zu betrachten und daher auch denselben Gesetzen, wie diese unterworfen sey. Dem gegenüber hat man aber zu beachten, dafs ebenso die Versuche Regnault's ergeben haben, dafs die specifische Wärme der Kohlensäure bei einem Drucke von 2780<sup>mm</sup> gleich jener ist, welche für den Druck von 760<sup>mm</sup> bestimmt ist, so dafs sich die specifische Wärme innerhalb dieser Gränzen unabhängig vom Drucke erweist, während der Ausdehnungscoefficient sehr stark mit dem Drucke wächst. Es besteht daher zwischen der Abhängigkeit des Ausdehnungscoefficienten und der specifischen Wärme vom Drucke keine directe Beziehung, und da die specifische Wärme weit über 760<sup>mm</sup> Druck constant ist, so ist es wahrscheinlich, dafs dieselbe auch unterhalb dieses Druckes dieselbe bleibt. Ist dies aber der Fall, so liegt auch kein Grund vor, anzunehmen, dafs die Abhängigkeit der specifischen Wärme von der Temperatur noch eine Function des Druckes sey, wenigstens nicht in dem Maafse, dafs bei geringen Drucken dieselbe unabhängig von der Temperatur wird.

Betrachtet man die Versuchsergebnisse für die Kohlensäure in soweit als beweisend, dafs sie ergeben haben, dafs der Temperaturcoefficient der Wärmeleitung der Koh-



lensäure bedeutend größer als bei Luft und Wasserstoff ist, so folgt — unter Voraussetzung der Richtigkeit der Theorie der Wärmeleitung für die Abhängigkeit derselben von der Temperatur, — daß in der That auch bei sehr geringen Drucken die specifische Wärme der Kohlensäure nicht von der Temperatur unabhängig ist, und daß daher das Wachsen derselben nicht durch die Abweichung vom vollkommenen Gaszustande erklärt werden kann.

Es würde wünschenswerth seyn, die Abhängigkeit der Wärmeleitung der Kohlensäure von der Temperatur auch bei größern Drucken als in den Versuchen angewandt wurden, zu untersuchen, um festzustellen, ob und wie diese mit dem Drucke sich ändert. Ebenso könnte man durch Untersuchung der Wärmeleitung der andern Gase, die eine größere Abweichung vom Mariotte'schen Gesetze zeigen, wenigstens annähernd die Aenderung der specifischen Wärme mit der Temperatur bestimmen. Ich habe die Absicht nach dieser Richtung hin die Versuche fortzusetzen, und auch durch die Bestimmung der Abhängigkeit der specifischen Wärme des Quecksilbers von der Temperatur den Versuchen diejenige Genauigkeit zu geben, die als erwünscht erscheinen muß.

Es ist bereits von verschiedenen Seiten hervorgehoben, daß die der Maxwell'schen Theorie zu Grunde gelegte Hypothese, nach welcher zwischen den Moleculen eine abstoßende Kraft thätig ist, die der fünften Potenz der Entfernung umgekehrt proportional wirkt, nicht mit der Erfahrung übereinstimmt, da nach den Versuchen von Thomson und Joule über die innere Arbeit der Gase keine abstoßende, sondern anziehende Kräfte unter den Gasmoleculen vorhanden sind. Man wird daher die vorliegenden Versuche nicht als eine Bestätigung der Maxwell'schen Theorie ansehen können, wohl aber als eine Bestätigung des Temperaturgesetzes, welches aus der Maxwell'schen Theorie abgeleitet ist, wenigstens in dem Maasse, daß die Abhängigkeit der Wärmeleitung von der

Temperatur innerhalb des Intervalles  $0^{\circ}$  bis  $100^{\circ}$  diesem Gesetze folgt.

Da nach der Theorie der Gase der Reibungscoefficient dieselbe Abhängigkeit von der Temperatur, wie die Wärmeleitung zeigt, so mögen hier die Resultate Platz finden, welche über die erste Gröfse erhalten sind.

Die ersten Versuche sind von Maxwell angestellt und haben ihn eben bewogen, seine neuere Theorie aufzustellen. Er findet aus Schwingungsbeobachtungen für das Temperaturintervall von  $10^{\circ}$  bis  $84^{\circ}$  den Werth 0,00365 für den Temperaturcoefficienten.

Die Untersuchungen von O. E. Meyer<sup>1)</sup> ergeben aus Schwingungs- und Strömungs-Versuchen als Mittel 0,00273; der kleinste der gefundenen Werthe ist 0,0024, der größte 0,0030.

Hiermit in Uebereinstimmung findet v. Obermayer<sup>2)</sup> aus Strömungsversuchen als Mittel 0,00272; der kleinste Werth ist 0,00258, der größte 0,00295. Die Versuche umfassen das Temperaturintervall von  $-20^{\circ}$  bis  $+100^{\circ}$ .

Nach diesen Beobachtungen stimmt der Temperaturcoefficient der Reibung der Gase nicht mit jenem der Wärmeleitung überein, und wenn man daher beiden Versuchsreihen eine hinreichende Genauigkeit zuschreibt, so wird auch hier die bisher aufgestellte Theorie nicht völlig bestätigt.

### §. 23.

#### IV. Bemerkungen zu der Abhandlung der HH. Kundt und Warburg über die Wärmeleitung verdünnter Gase<sup>3)</sup>.

Wie am Schlusse meiner vorigen Abhandlung bereits bemerkt wurde, fanden Kundt und Warburg für das Verhältniß der Wärmeleitungsfähigkeiten von Wasserstoff zu Luft, den Werth 7, welchen bereits Stefan gefunden

1) Diese Ann. Bd. CXLVIII, S. 203.

2) Wiener Berichte Bd. LXXI, 2. Abth., S. 301.

3) Diese Ann. Bd. CLVI, S. 177.

hatte, oder wie in der neueren Abhandlung genauer angegeben wird, den Werth 7,1.

Die Beobachtungen sind so angestellt, daß zur Trennung der Strahlung von der Leitung, erstere direct bestimmt wurde. Es bleibt trotz der größten Sorgfalt, welche von Seiten der Verfasser auf die Herstellung der Vacua verwandt worden, zweifelhaft, ob die Vacua nicht eine, wenn auch nur geringe Leitung zugelassen haben. Da es nicht möglich war, Vacua herzustellen, welche einige Zeit für die Wärmeleitung unverändert blieben, so ist es eben unsicher, ob die untersuchten Vacua, welche *möglichst schnell* nach Herstellung derselben beobachtet wurden, wirklich als Vacua für die Wärmeleitung zu betrachten sind. Sobald aber die GröÙe, welche als Strahlung eingeführt wird, zu groß ist, muß das Verhältniß der Wärmeleitungsfähigkeiten eines besser leitenden zu einem schlechter leitenden Gase auch zu groß werden.

Abgesehen von diesen Umständen findet sich in der Berechnung der Versuche ein Versehen, welches das Verhältniß von Wasserstoff zu Luft zu groß ergeben hat.

Die Verfasser berechnen die Abkühlungsconstante  $\alpha$  nach der Formel

$$\alpha = \log \left\{ \frac{1 + \frac{\beta}{\alpha} t}{1 + \frac{\beta}{\alpha} t_0} \cdot \frac{t_0}{t} \right\} \frac{1}{\vartheta \cdot \log e}.$$

in welcher  $t$  die Temperatur,  $\vartheta$  die Zeit bedeutet, und  $\frac{\beta}{\alpha}$  eine Constante bezeichnet, welche ein Maafß für die Abweichung der Abkühlung vom Newton'schen Gesetze abgiebt. Diese Abweichung rührt daher, daß die Leitungs- und Strahlungsconstante nicht von der Temperatur unabhängig ist, sondern mit dieser wächst.

Der Werth von  $\alpha$  stellt nach obiger Formel die Summe der Leitungs- und Strahlungsconstante für 0° dar, multiplicirt mit einem Factor, welcher nur von den Dimensio-

nen des Apparates und dem Wasserwerth des Thermometers abhängt. Würde man in obiger Formel  $\frac{\beta}{\alpha} = 0$  setzen, so erhielte man (vergl. §. 7 dieser Arbeit) einen Werth für  $\alpha$ , den wir mit  $\alpha_t$  bezeichnen wollen, und dieser würde ebenfalls die Summe der Leitungs- und Strahlungsconstante, multiplicirt mit demselben Factor darstellen, nur nicht für die Temperatur  $0^\circ$ , sondern für die Temperatur  $\tau^\circ$ , wo  $\tau$  eine Function von  $t$  und  $t_0$  ist.

Berechnet man den Werth von  $\tau$ , so findet man, daß derselbe dargestellt wird (nach §. 7) durch

$$\tau = \frac{t + t_0}{4}.$$

Die Verfasser berechnen nun für Luft, Kohlensäure und das Vacuum die Werthe  $\alpha$  und  $\frac{\beta}{\alpha}$  aus ihren Versuchen. Die so berechneten Werthe von  $\alpha$  beziehen sich alsdann, wie die Verfasser bemerken, auf  $0^\circ$ . Für Wasserstoff aber wird  $\frac{\beta}{\alpha}$  gleich 0 gesetzt, weil, wie die Verfasser sagen, „wegen der Kleinheit der Abkühlungszeiten die Abweichungen von diesem Gesetz (dem Newton'schen) innerhalb der Fehlergränzen fallen“. Setzt man aber  $\frac{\beta}{\alpha} = 0$ , so bezieht sich der so berechnete Werth von  $\alpha$  nicht mehr auf  $0^\circ$ , sondern auf eine höhere Temperatur, und ist daher auch nicht mit den für die anderen Gase berechneten Werthen direct vergleichbar; hierin liegt das Versehen der Verfasser. Um den unter der Voraussetzung  $-\frac{\beta}{\alpha} = 0$  gefundenen Werth mit den übrigen vergleichen zu können, muß derselbe auf  $0^\circ$  reducirt werden.

Es fragt sich hier zunächst, auf welche Temperatur sich der gefundene Mittelwerth  $\alpha$  bei Wasserstoff bezieht. Derselbe wird aus vier verschiedenen Beobachtungen bestimmt, die für vier verschiedene Temperaturen gelten.

Die Anfangstemperatur  $t_0$  war bei den Beobachtungen

gleich  
Temp  
I  
bezie  
von  $\alpha$   
peratu  
Werth  
De  
auf d  
man  
23,4.  
welch  
leicht  
des V  
Geset  
fallen.  
Umsta  
auf d  
direct  
Die A  
der T  
Gleich  
  
bestim  
den V  
  
welch  
Werth  
ein,  
als d  
auf  $0^\circ$   
wenn  
in  $\alpha$   
  
also

gleich  $59^{\circ},3$  und es wurden die Abkühlungszeiten zu den Temperaturen 49,4; 39,5; 29,7; 19,6 bestimmt.

Der Werth von  $\alpha$ , berechnet aus  $t_0 = 59,3$  und  $t = 49,4$  bezieht sich auf die Temperatur  $27,2$ ; der zweite Werth von  $\alpha$ , berechnet aus  $t = 39,5$  bezieht sich auf die Temperatur  $24,7$ ; ebenso beziehen sich die beiden folgenden Werthe auf  $22,2$  resp. auf  $19,7$ .

Der Mittelwerth der Werthe von  $\alpha$  bezieht sich daher auf die mittlere Temperatur, welche man erhält, wenn man aus den vier Werthen das Mittel nimmt, es ist dies  $23,4$ . Da die größte Differenz der Temperaturen, auf welche sich  $\alpha$  bezieht, nicht ganz  $8^{\circ}$  beträgt, so ist es leicht erklärlich, daß bei den kleinen Abkühlungszeiten des Wasserstoffs die Abweichungen vom Newton'schen Gesetz innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler fallen. Es ist aber, wie schon erwähnt, in Folge dieses Umstandes nicht erlaubt, den Werth von  $\alpha$ , welcher sich auf die Temperatur  $23^{\circ},4$  bezieht, mit jenen Werthen direct in Rechnung zu bringen, welche sich auf  $0^{\circ}$  beziehen. Die Abhängigkeit der Wärmeleitung des Wasserstoffs von der Temperatur ist nach meinen Versuchen durch die Gleichung

$$w_1 = w_0 (1 + 0,00364 \tau)$$

bestimmt. Der Mittelwerth von  $\alpha$  für Wasserstoff ist nach den Versuchen der Verfasser

$$\alpha = 0,0165,$$

welcher sich auf die Temperatur  $23^{\circ},4$  bezieht. In diesen Werth geht außer der Leitung auch noch die Strahlung ein, und da die Strahlung mit der Temperatur stärker als die Leitung zunimmt, so wird man für  $\alpha$ , bezogen auf  $0^{\circ}$ , jedenfalls nicht einen zu kleinen Werth erhalten, wenn man die Reduction unter der Voraussetzung, daß in  $\alpha$  nur Leitung eingehe, vornimmt. Man erhält dann

$$\alpha_1 = \alpha_0 (1 + 0,00364 \tau)$$

also

und daraus  $0,0165 = \alpha_0 (1 + 0,00364 \cdot 23,4)$

$$\alpha_0 = 0,0152.$$

Mit diesem Werthe wird das Verhältniß von Wasserstoff zu Luft 6,51 anstatt 7,1.

Man kann übrigens die Reduction der Werthe für Wasserstoff auch in ähnlicher Weise durchführen, wie die Verfasser diese für die übrigen Gase hergestellt haben.

Man hat zu dem Zwecke einen Werth für  $\frac{\beta}{\alpha}$  zu bestimmen, welcher nicht aus den Beobachtungen abzuleiten ist, sondern sich aus der Ueberlegung ergibt, daß die Variation des Werthes von  $\alpha$  mindestens so groß seyn muß, als jene, welche der Leitung allein, ohne Rücksicht auf die Strahlung, entspricht. In diesem Falle ist

$$\frac{\beta}{\alpha} = \frac{0,00364}{2}.$$

Setzt man also für  $\frac{\beta}{\alpha}$  den Werth 0,0018, so ist der hierdurch bestimmte Werth von  $\alpha$  jedenfalls nicht zu klein.

Im Folgenden sind die Werthe von  $\alpha \cdot \log e$  berechnet, die man erhält, 1) wenn  $\frac{\beta}{\alpha} = 0$ , 2) wenn  $\frac{\beta}{\alpha} = 0,0018$  gesetzt ist

Zeiten	$\alpha \cdot \log e$	
	$\frac{\beta}{\alpha} = 0$	$\frac{\beta}{\alpha} = 0,0018$
11"	0,00721	0,00658
24,5	20	62
42	15	61
67	17	74

Mittel 0,00664.

Führt man den Werth 0,00664 für  $\alpha \cdot \log e$  zur Berechnung des Verhältnisses von Wasserstoff zu Luft ein, so erhält man

6,54.

Nach dieser Berechnung stimmt also das Verhältniß der Wärmeleitung von Wasserstoff zu Luft, wie es die Versuche der Verfasser ergeben, bis auf 3 Proc. mit dem von mir gefundenen Verhältniß überein.

Aachen, December 1875.

## II. *Zur Theorie der Galvanometer;* *von H. Weber in Braunschweig.*

(Fortsetzung und Schluss von Bd. 154, S. 239.)

Galvanometer mit weiter Umschließung der Nadel.

Bei manchen Anwendungen der besprochenen Galvanometer mit enger Umschließung der Nadel reicht die Dämpfung, welche das Galvanometer bei geschlossener Kette ausübt, nicht aus. Um in einem solchen Falle der Nadel eine größere Dämpfung zu ertheilen, bringt man einen besonderen Dämpfer in Anwendung, welcher aus einem möglichst dicken Ring aus reinem Kupfer besteht, der sich über den Multiplicator schieben läßt. Einen noch höheren Grad von Dämpfung erhält man, wenn man die Anordnung von Multiplicator und Dämpfer umkehrt und zunächst die Nadel mit einem Dämpfer umgiebt, über welchen sodann der Multiplicator geschoben wird. Die passende Größe für den Querschnitt des Dämpfers muß aus der Erfahrung entnommen werden; sie hängt von dem gewünschten Grade der Dämpfung ab, welche anfänglich rasch, später langsamer mit wachsendem Querschnitte zunimmt.

Von dieser letzten Anordnung hat Wiedemann bei dem von Sauerwald ausgeführten Galvanometer Gebrauch gemacht. Die Vergrößerung der Dämpfung ist bei dieser Construction jedoch immer mit einem Verlust an Empfind-

lichkeit und außerdem mit einem nicht unbeträchtlichen Mehraufwand an Draht verknüpft. Durch die Verschiebbarkeit der beiden Hälften, in welche Wiedemann seinen Multiplikator theilt, wird der praktisch große Vortheil gewonnen, die Empfindlichkeit des Instrumentes je nach Bedürfnis verstärken oder herabstimmen zu können. Um jedoch den höchsten Grad von Empfindlichkeit zu erreichen, darf man auf die mittlere Schicht der Drahtwindungen nicht Verzicht leisten und muß den Multiplikator als ein Ganzes herstellen. Eine Regulirung der Empfindlichkeit läßt sich übrigens auch in dem letzteren Falle innerhalb gewisser Gränzen durch einen Magnet hervorbringen, welcher entweder oberhalb oder unterhalb der Galvanometernadel in der magnetischen Meridianebene fest aufgestellt ist, wodurch nicht nur eine Vergrößerung der Empfindlichkeit durch Annäherung an Astasie, sondern ebenso bei umgekehrter Lage der Hilfsmagneten eine Verringerung der Empfindlichkeit gewonnen werden kann.

Es möge hier die Bestimmung der Dimensionen des Wiedemann'schen Galvanometers folgen, wenn gefordert wird, daß dasselbe das Maximum der Empfindlichkeit beitzt, indem wir zugleich voraussetzen, daß dasselbe nur aus *einer einzigen* Multiplikatorrolle besteht, in deren Mitte sich die Nadel befindet.

#### Das Galvanometer von Wiedemann.

Bei dem Galvanometer von Wiedemann<sup>1)</sup>, wie es von Sauerwald construirt wird, ist der Durchmesser des ringförmigen Magnets oder der Durchmesser des magnetischen Spiegels  $L = 19^{\text{mm}}$ , der Abstand der Nadelenden vom Kupferdämpfer  $1^{\text{mm}}$  und der Dicke des Dämpfers in radialer Richtung  $17^{\text{mm}}$ . Nehmen wir hierzu noch den Abstand der inneren Windungsschicht des Multiplikators von dem Dämpfer zu  $1^{\text{mm}}$  an, so ist, wenn wie früher  $a$  der Abstand der Nadelenden von der nächsten Windungs-

1) Wiedemann, die Lehre vom Galvanismus 2. Aufl. Bd. 2, S. 227.



schicht,  $R$  den Radius der Berührungsfläche der inneren Windungsschicht bedeutet

$$a = L \quad R = 1,5 \cdot L.$$

Es ist ferner S. 251 das Verhältniß des Abstandes  $e$  eines Poles von der Nadelmitte zu der Länge  $L$  der Nadel 0,42, mithin ergibt sich für das Verhältniß  $\varepsilon = \frac{e}{R}$

$$\varepsilon = 0,28,$$

welches mit dem früher betrachteten Werth  $\varepsilon = 0,7$  verglichen ziemlich klein ist.

Aus den Gleichungen (17) und (19) ergeben sich für diesen Werth von  $\varepsilon$

$$\gamma = 2,06368 \quad \gamma_1 = 1,81671 \quad . \quad . \quad (27)$$

und wie auf S. 252 erhält man folgende Zusammenstellung der Größen, welche die Dimensionen des Galvanometers mit maximaler Empfindlichkeit bestimmen

$$\left. \begin{aligned} R &= 1,5 \cdot L \\ a &= L \\ h &= 3,09552 \cdot L \\ h_1 &= 2,72506 \cdot L \\ Q &= 15,9292 \cdot L^3 \sqrt{\frac{k}{w}} \\ l &= 15,9292 \cdot L^3 \sqrt{\frac{w}{k}} \end{aligned} \right\} . \quad . \quad (28).$$

In gleicher Weise folgt für das Drehungsmoment auf die um den Winkel  $\alpha$  abgelenkte Nadel

$$D = im \cos \alpha 1,30202 [1 - 0,0201862 \sin^2 \alpha] \frac{1}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{w}{k}} \quad (29),$$

endlich für das Gewicht des von der Umspinnung freien Drahtes in Kilogrammen

$$P = \frac{253,739}{10^6} s L^3,$$

oder wenn, wie früher, für Kupfer  $s = 8,921$  gesetzt wird

$$P = \frac{2263,61}{10^6} \cdot L^3 \quad . \quad . \quad . \quad (30).$$

Halten wir uns an den besonderen Fall, welcher mit der Construction von Sauerwald übereinstimmt und setzen  $L = 19\text{mm}$ , so ergeben sich bei verschiedenen äußeren Widerständen  $w$  der Kette in Siemens'schen Einheiten für den Durchmesser  $d$ , die Länge  $l$  des zu verwendenden Drahtes etc. folgende Werthe

$$L = 19\text{mm.}$$

$w$	$d$ Millimeter	$l$ Meter	$\frac{D_0}{m}$	
0,5	3,283	205,6	46,6	
1	2,761	290,8	65,8	
2	2,321	411,2	93,1	
4	1,952	581,6	131,7	
6	1,764	712,3	161,3	
8	1,641	822,5	186,2	
10	1,552	919,6	208,2	
20	1,305	1300,5	294,5	$R = 28,5\text{mm}$
40	1,098	1839,1	416,4	$a = 19\text{mm}$
60	0,992	2252,4	510,0	$h = 58,8\text{mm}$
80	0,923	2600,9	588,9	$2h_1 = 103,6\text{mm}$
100	0,873	2907,9	658,4	$P = 15,526\text{kg}$
200	0,734	4112,4	931,1	
400	0,617	5815,8	1316,8	
600	0,558	7122,8	1612,7	
800	0,519	8224,7	1862,2	
1000	0,491	9195,5	2082,1	
2000	0,413	13005	2944,5	
4000	0,347	18391	4164,1	
6000	0,314	22524	5100,0	
8000	0,292	26009	5888,9	
10000	0,276	29079	6584,0	

Vergleichung der Empfindlichkeiten zweier Galvanometer.

Bei jedem Galvanometer hat man zwei verschiedene Arten von Empfindlichkeit zu unterscheiden. Die erste Art von Empfindlichkeit ist das Verhältniß des Drehungsmomentes, welches die Stromeinheit auf die im magnetischen Meridian liegende Nadel ausübt, zu der Directionskraft, welche auf die Nadel wirkt. Auf diese Empfindlichkeit kommt es vor Allem an, wenn es sich um die Beobachtung beharrlicher Ablenkungen der Nadel handelt. Die zweite ist das Verhältniß des Drehungs-

momen  
schen.  
momen  
pfindlic  
Nadel.  
währen  
theilt  
W. W.  
pfindli  
Se  
Empfin  
nur de  
des E  
wirkt,

Di  
schaft  
sie w  
Wider  
noch  
scheid  
Kette  
Man  
pfindli  
Kette  
mit g  
es sic  
einem  
misch  
wir a  
ches  
zu d  
Nade  
B  
entsp  
mome

momentes, welches die Stromeinheit auf die im magnetischen Meridian liegende Nadel ausübt, zu dem Trägheitsmomente der Nadel nebst Gehänge. Diese letztere Empfindlichkeit spielt dann eine wichtige Rolle, wenn einer Nadel, wie dies z. B. bei Inductionsströmen der Fall ist, während sie sich in der Ruhelage befindet, ein Stoß ertheilt wird. Die erste Art von Empfindlichkeit nennt W. Weber die *statische*, die zweite die *dynamische* Empfindlichkeit des Galvanometers.

Seyen  $\omega'$  und  $\omega''$  die statische und die dynamische Empfindlichkeit eines Galvanometers, auf dessen Nadel nur der Strom im Multiplicator, die horizontale Componente des Erdmagnetismus und die Torsion des Aufhängefadens wirkt, und haben  $\mathfrak{D}_0$ ,  $K$ ,  $m$  ihre frühere Bedeutung, so ist

$$\omega' = \frac{\mathfrak{D}_0}{T_m(1 + \theta)}, \quad \omega'' = \frac{\mathfrak{D}_0}{K} \quad . \quad . \quad . \quad (31).$$

Diese beiden Empfindlichkeiten  $\omega'$  und  $\omega''$  sind Eigenschaften, welche einem Galvanometer an sich zukommen, sie wachsen proportional mit Quadratwurzel aus dem Widerstand. Für viele Fälle ist es jedoch zweckmäßig noch zwei andere Arten von Empfindlichkeit zu unterscheiden, welche Eigenschaften *des Galvanometers und der Kette* sind, in welche das Galvanometer eingeschaltet ist. Man kann diese zweite Art von Empfindlichkeit, *die Empfindlichkeit bei gegebener Kette* nennen. Soll zu einer Kette, deren Widerstand gegeben ist, ein Galvanometer mit größter Empfindlichkeit construirt werden, so handelt es sich darum diese zweite Art von Empfindlichkeiten zu einem Maximum zu machen. Unter statischer und dynamischer Empfindlichkeit bei gegebener Kette verstehen wir alsdann das Verhältniß des Drehungsmomentes, welches die Einheit der elektromotorischen Kraft hervorbringt zu der Directionskraft oder dem Trägheitsmoment der Nadel nebst Gehänge.

Bezeichnen wir demnach diese beiden Empfindlichkeiten entsprechend durch  $\Omega'$  und  $\Omega''$  und ist  $D_0$  das Drehungsmoment, welches die Einheit der elektromotorischen Kraft

hervorbringt, wo  $\mathfrak{D}_0$  dieselbe Bedeutung wie früher hat, wenn  $E = 1$  gesetzt wird, so folgt <sup>1)</sup>

$$\Omega' = \frac{D_0}{T_m(1+\theta)} \quad \Omega'' = \frac{D_0}{K} \quad . \quad . \quad (32).$$

Die dynamische Empfindlichkeit  $\omega''$  läßt sich auch als diejenige Geschwindigkeit definiren <sup>2)</sup>, welche der Nadel von der Stromeinheit in der Zeiteinheit ertheilt wird, während die Nadel sich in der Ruhelage befindet. Dieser Definition entsprechend ist dann  $\Omega''$  diejenige Geschwindigkeit, welche die Nadel von der in der Kette wirkenden Einheit der elektromotorischen Kraft in der Zeiteinheit erhält, während sie sich in der Ruhelage befindet.

Diese vier Arten von Empfindlichkeit stehen untereinander in mannigfachem Zusammenhang. Zunächst ergibt sich leicht, wenn wir mit  $W$  den gesammten Widerstand der Kette, den des Galvanometers mit eingeschlossen, bezeichnen

$$D_0 = \frac{\mathfrak{D}_0}{W}$$

und folglich

$$\Omega' = \frac{\omega'}{W} \quad \Omega'' = \frac{\omega''}{W},$$

Für das Verhältniß der statischen und dynamischen

- 1) Befindet sich wie bei einem astatischen Galvanometer oberhalb oder unterhalb der Nadel noch ein Hilfsmagnet, so ist (siehe Anmerk. S. 252) die statische Empfindlichkeit

$$\omega' = \frac{\mathfrak{D}_0}{m \left\{ T(1+\theta) \pm \frac{M}{(g^2 + E^2 + e^2)^{\frac{1}{2}}} \right\}}$$

$$\Omega'' = \frac{D_0}{m \left\{ T(1+\theta) \pm \frac{M}{(g^2 + E^2 + e^2)^{\frac{1}{2}}} \right\}},$$

wo das obere Zeichen zu nehmen ist, wenn die Pole des Hilfsmagnets im entgegengesetzten Sinne wie bei der Nadel gelegen sind, das untere dagegen bei umgekehrter Lage (Astatic). Es geht, wie schon oben hervorgehoben wurde, hieraus hervor, daß die statische Empfindlichkeit durch Anwendung eines Hilfsmagnets vergrößert oder verringert werden kann.

- 2) Abhandlungen der Königl. Ges. der Wissenschaften zu Göttingen Bd. 10, S. 38.

Empfindlichkeit bei sonst gleichen Verhältnissen ergibt sich ferner

$$\frac{\Omega'}{\Omega''} = \frac{\omega'}{\omega''} = \frac{K}{T_m (1 + \theta)}$$

Bezeichnen  $\lambda_0$  und  $\tau_0$  das logarithmische Decrement und die Schwingungsdauer bei offener Kette, so folgt aus der Bewegungsgleichung für schwingende Magnete

$$\tau_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 + \lambda_0^2}{1 + \theta}} \frac{K}{T_m} \quad (33),$$

mithin wird

$$\Omega' = \frac{\tau_0^2}{\pi^2 + \lambda_0^2} \Omega'' \quad \omega' = \frac{\tau_0^2}{\pi^2 + \lambda_0^2} \omega''.$$

Sind demnach  $\tau_0$  und  $\lambda_0$  beobachtet, und ist die dynamische Empfindlichkeit bekannt, so läßt sich hieraus die statische berechnen oder umgekehrt.

Die dynamische Empfindlichkeit kann leicht unter Anwendung eines Erdinductors bestimmt werden. Sie läßt sich aber auch durch Beobachtung des logarithmischen Decrementes bei offener und geschlossener Kette finden, wenn das Trägheitsmoment der Nadel nebst Gehänge und der Widerstand der Kette bekannt ist. Aus dem Ausdrucke (26) für das logarithmische Decrement bei geschlossener Kette folgt nämlich

$$D_0 = \sqrt{\frac{2KW\sqrt{\pi^2 + \lambda_0^2}}{\tau_0^2}} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} - \frac{\lambda_0}{\sqrt{\pi^2 + \lambda_0^2}}} \quad (34).$$

Durch Division mit  $W$  ergibt sich hieraus  $D_0$ , und demnach sind nach (31) und (32)  $\Omega'$ ,  $\Omega''$ ,  $\omega'$ ,  $\omega''$  gegeben.

Vergleichen wir nun die Empfindlichkeit bei gegebener Kette des früher betrachteten Galvanometers mit enger Umschließung mit derjenigen von dem Wiedemann'schen Galvanometer, indem wir die Widerstände der Ketten, die Größe und Gestalt der Nadeln, so wie die Art der Aufhängung als gleich voraussetzen, so folgt aus (24) und (29), wenn  $\Omega'$ ,  $\Omega''$  die Empfindlichkeiten der Galvanometer der ersten,  $\Omega'_*$ ,  $\Omega''_*$  die Empfindlichkeit der zweiten Art bezeichnen,

$$\frac{\Omega'}{\Omega'_*} = \frac{\Omega''}{\Omega''_*} = \frac{2,10947}{1,30202} = 1,6201,$$

oder es ist die Empfindlichkeit nach erster Construction ungefähr 1,6 Mal so groß, als die Empfindlichkeit des Galvanometers von Wiedemann, wenn dasselbe das Maximum der Empfindlichkeit besitzt.

Vergleichen wir ebenso den Aufwand an Draht, so findet sich für das Verhältniß der Gewichte  $P$  und  $P_*$  aus (25) und (30)

$$\frac{P}{P_*} = \frac{105,894}{2263,61},$$

oder man bedarf bei der ersten Construction nur den 21<sup>sten</sup> Theil von der zweiten.

Muß man hiernach der ersteren Constructionsart, wenn es sich nur um Empfindlichkeit handelt, unbedingt vor der zweiten den Vorzug einräumen, so hat die zweite Art doch von der ersten den Vortheil voraus, daß die Ablenkungen der Nadel in viel größerer Uebereinstimmung mit dem Tangentengesetze stehen, als dies bei der ersten Art der Fall ist, da in Folge des größeren Abstandes der Windungen von der Nadel der Coefficient von  $\sin \alpha^2$  in Formel (29) bedeutend kleiner ausfällt als in (24).

Die Formel (34) bietet zugleich Gelegenheit die früher durch Rechnung bestimmten Werthe von  $\frac{\mathfrak{D}_0}{m}$  experimentell zu bestimmen. Dividirt man nämlich auf beiden Seiten mit  $m$  und führt für  $K$  seinen Werth aus (33) ein, so ergibt sich

$$\frac{\mathfrak{D}_0}{m} = \sqrt{\frac{2 W \tau_0 (1 + \theta)}{V \pi^2 + \lambda_0^2}} \cdot \frac{T}{m} \cdot \sqrt{\frac{\lambda}{V \pi^2 + \lambda^2} - \frac{\lambda_0}{V \pi^2 + \lambda_0^2}}.$$

Das Verhältniß  $\frac{T}{m}$  läßt sich durch Ablenkungsversuche leicht ermitteln. Ist außerdem der Widerstand  $W$  der ganzen Kette gegeben  $\lambda_0$ ,  $\lambda$ ,  $\tau_0$  und  $\theta$  beobachtet, so ist damit  $\frac{\mathfrak{D}_0}{m}$  bestimmt. Auf diese Weise wurde eine Vergleichung zwischen Theorie und Erfahrung bei einem früher benutzten Galvanometer <sup>1)</sup> gewonnen.

1) Pogg. Ann. Bd. 146, S. 269, Anmerkung. (Es ist daselbst der Druckfehler  $f(1_0)$  in  $f(0)$  umzuändern.)

## Die Tangentenbussole.

Läßt man nach und nach das Verhältniß zwischen dem Abstände der Pole von der Nadelmitte zu dem Durchmesser der Umwindungen, welche die Nadel zunächst umgeben, d. h. die Gröfse  $\varepsilon$  kleiner und kleiner werden, so geht das Galvanometer in eine Tangentenbussole über, wenn auch das Tangentengesetz erst streng für  $\varepsilon=0$  erfüllt wird. Verhalte sich z. B. der Durchmesser der die Nadel zunächst umschließenden Windungsschicht zu der Länge der Nadel wie 5 zu 1, sey also

$$2R = 5L,$$

so folgt, da nach S. 251  $e = 0,42 L$  ist,

$$\varepsilon = 0,168.$$

Aus den Gleichungen (17) und (19) erhält man für diesen Werth

$$\gamma = 2,08403 \quad \gamma_1 = 1,84576 \quad . \quad . \quad (35)$$

und mithin ergeben sich für die Gröfßen, von denen die Construction abhängt, die Werthe

$$\left. \begin{aligned} R &= 2,5 \cdot L \\ a &= 2,0 \cdot L \\ h &= 5,21007 \cdot L \\ h_1 &= 4,61440 \cdot L \\ Q &= 34,8039 \cdot L^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{k}{w}} \\ l &= 34,8039 \cdot L^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{w}{k}} \end{aligned} \right\} . \quad . \quad (36).$$

Außerdem befindet sich

$$D = im \cos \alpha 1,00597 [1 - 0,0070541 \sin^2 \alpha] \frac{1}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{w}{k}} \quad (37)$$

und für das Gewicht in Kilogrammen

$$P = \frac{1211,31}{10^6} s L^3,$$

oder für  $s = 8,921$

$$P = \frac{10806,1}{10^6} L^3 \quad . \quad . \quad . \quad (38).$$

Während der Coëfficient von  $\sin^2 \alpha$ , von dessen Gröfse die gröfsere oder geringere Annäherung an das Tangenten-

gesetz abhängt, in diesem Falle nur  $\frac{1}{24}$  von dem entsprechenden Werth bei den Galvanometer mit enger Umschließung beträgt, ist das Gewicht des aufzuwendenden Drahtes hundertmal größer und die Empfindlichkeit bei gleicher Nadel und gleichem Widerstand nur die Hälfte.

Tangentenbussole mit großem Radius.

Ist der Radius der Tangentenbussole sehr groß im Vergleich zu der Länge der Nadel, also  $\varepsilon$  verschwindend klein, so kann man in den Gleichungen (19)  $\varepsilon=0$  setzen, wodurch sie eine viel einfachere Gestalt annehmen. Man erhält alsdann für  $\gamma$  und  $\gamma_1$  die Werthe

$$\gamma = 2,09516 \quad \gamma_1 = 1,86177 \quad . \quad (39),$$

welche mit den von W. Weber gegebenen Werthen<sup>1)</sup> vollkommen übereinstimmen. Die Größen, welche die Dimensionen der Tangentenbussole bestimmen, ergeben sich in diesem Falle mit dem Radius  $R$  der der Nadel zunächstliegenden Schicht proportional und zwar

$$\left. \begin{aligned} h &= 2,09516 \cdot R \\ h_1 &= 1,86177 \cdot R \\ Q &= 8,87855 \cdot R^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{k}{w}} \\ l &= 8,87855 \cdot R^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{w}{k}} \end{aligned} \right\} \quad . \quad (40).$$

- 1) Abhandlungen der Königl. Ges. der Wissenschaften zu Göttingen Bd. 10, S. 41. Bei dem daselbst angegebenen Werth von  $l$  ist ein

Druckfehler zu berichtigen. Es ist statt  $\sqrt{\frac{w}{k}}$  zu setzen  $\sqrt{\frac{wc^3}{k}}$ .

Außerdem bezieht sich der dort angegebene Zahlenwerth 10,0182 auf den Fall, wo der Galvanometerdraht einen quadratischen Querschnitt besitzt. Man erhält den entsprechenden Werth für den kreisförmigen Querschnitt, wie er oben vorausgesetzt wird, durch Multiplication

mit  $\sqrt{\frac{\pi}{4}}$ .



Für das Drehungsmoment, welches ein Strom von der Intensität  $i$  bei einer Ablenkung  $\alpha$  der Nadel ausübt, folgt

$$D = im \cos \alpha \, 1,58836 \frac{1}{\sqrt{R}} \sqrt{\frac{w}{k}}$$

und schließlich für das Gewicht des von der Umspinnung freien Drahtes in Kilogrammen

$$P = \frac{78,8286}{10^6} s R^3,$$

oder für  $s = 8,921$

$$P = \frac{703,231}{10^6} R^3 \quad . \quad . \quad . \quad (41).$$

Bestimmung der Intensität eines constanten Stromes mittelst einer Tangentenbussole von mehreren Umwindungen.

Die früher entwickelten Formeln lassen sich leicht anwenden um die Stromintensität eines constanten Stromes zu bestimmen, wenn die Tangentenbussole aus beliebig vielen Windungen hergestellt ist. Führt man nämlich in dem Ausdrücke für das Drehungsmoment (14) für  $Q$  seinen Werth aus (2) ein und bemerkt, daß  $\Delta y \Delta z \cdot n = 2 h h_1$  ist, wenn  $n$  die gesammte Anzahl der Umwindungen bezeichnet, und wirkt auf die Nadel nur die horizontale Componente des Erdmagnetismus und die Torsion des Aufhängefadens ein, so ergibt sich

$$i = \frac{1}{A} \cdot \frac{TR(1+\theta)}{2\pi n} \cdot \operatorname{tg} \alpha,$$

wo

$$A = \frac{R}{h} \left[ \operatorname{Ignat} \frac{R+h+\sqrt{(R+h)^2+h_1^2}}{R+\sqrt{R^2+h_1^2}} + \frac{e^2(1-5\sin^2\alpha)}{4h_1^2} \left\{ \frac{(R+h)^2}{[(R+h)^2+h_1^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{R^2}{[R^2+h_1^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \right].$$

In dem Falle, daß  $h$  sehr klein gegen  $R$  ist, kann man den Ausdruck  $A$  in eine Reihe nach steigenden Potenzen von  $h$  entwickeln. Es ist dabei jedoch zweckmäßig an Stelle des Radius  $R$  den mittleren Radius des Multiplicators einzuführen. Bezeichnet man denselben durch  $\Re$  und setzt also

$$\Re = R + \frac{h}{2},$$

so folgt für  $A$ , indem man die Glieder, welche höhere Potenzen von  $h$  als die zweite enthalten, vernachlässigt,

$$i = \frac{1}{A} \frac{T \Re (1 + \theta)}{2 \pi n} \operatorname{tg} \alpha$$

$$A = \frac{\Re}{\sqrt{\Re^2 + h_1^2}} \left[ 1 + \frac{h^2}{24} \frac{2 \Re^2 - h_1^2}{[\Re^2 + h_1^2]^2} + \frac{3}{4} e^2 (1 - 5 \sin^2 \alpha) \left\{ \frac{\Re^2}{[\Re^2 + h_1^2]^2} + \frac{h^2}{24} \frac{12 \Re^4 - 21 \Re^2 h_1^2 + 2 h_1^4}{[\Re^2 + h_1^2]^4} \right\} \right].$$

Ist auch  $h_1$  gegen  $\Re$  eine kleine Gröfse, so dafs  $h_1^3$ ,  $h h_1^2$ ,  $h_1^4$  vernachlässigt werden können, so wird

$$A = 1 - \frac{1}{2} \frac{h_1^2}{\Re^2} + \frac{1}{12} \frac{h^2}{\Re^2} + \frac{3}{4} \frac{e^2 (1 - 5 \sin^2 \alpha)}{\Re^2} \left\{ 1 - \frac{5}{2} \frac{h_1^2}{\Re^2} + \frac{1}{2} \frac{h^2}{\Re^2} \right\},$$

worin, wenn der Abstand  $e$  der Pole von der Nadelmitte ebenfalls klein ist, die beiden letzten Glieder der Klammergröfse weggelassen werden können. Bilden die Umwindungen eine einzige horizontale Schicht, so ist in dem obigen Ausdrücke  $h = 0$  zu setzen.

#### Tangentenbussole aus einem massiven Ring.

Auch bei Tangentenbussolen aus einem einzigen massiven Ringe, wie sie häufig in Anwendung kommen, kann man die Frage aufwerfen, welche Form des Querschnittes man in Anwendung zu bringen hat, wenn die Tangentenbussole bei gegebener Kette das Maximum der Empfindlichkeit besitzen soll. Wir betrachten nur den Fall, wo der Querschnitt des Ringes ein Rechteck von der Breite  $2h_1$  und der Höhe  $h$  ist, und setzen ferner voraus, dafs der Gesamtstrom in dem Ringe als aus unendlich vielen kreisförmigen Partialströmen bestehend angenommen werden könne, deren Intensitäten dem Widerstand entsprechend mit wachsendem Radius abnimmt.

Bezeichne  $z$  den Abstand irgend eines Punktes innerhalb des Ringes von der Ringaxe und  $y$  den Abstand der durch den betrachteten Punkt senkrecht zur Ringaxe gelegten Ebene von dem Mittelpunkt des Ringes, ferner  $i$  die an dieser Stelle durch die Flächeneinheit in einer Secunde hindurchgehende positive Elektrizität und  $i + \frac{di}{dz} dz$  dieselbe Gröfse für eine Stelle, welche dem Abstand  $z + dz$  entspricht. Denkt man sich den Querschnitt des Ringes in unendlich viele Rechtecke  $dy dz$  zerlegt, von denen jedes von einem Partialstrom durchflossen wird, und ist  $k$  der spezifische Widerstand, so hat man nach Ohm

$$i dy dz : \left( i + \frac{di}{dz} dz \right) dy dz = \frac{2\pi(z + dz)}{dy dz} k : \frac{2\pi z}{dy dz} \cdot k$$

und hieraus

$$-\frac{di}{i} = \frac{dz}{z}$$

oder

$$i = \frac{C}{z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (42).$$

Die Integrationsconstante  $C$  bestimmt sich aus der Bemerkung, daß die Summe der Intensitäten aller Partialströme gleich der Intensität des ganzen Stromes seyn muß. Bezeichnet man die letztere mit  $J$  und den Radius der inneren Begrenzungsfläche des Ringes mit  $R$ , so ist

$$J = C \int_{-h_1}^{h_1} dy \int_R^{R+h} \frac{dz}{z}$$

$$C = \frac{J}{2h_1 \lg \frac{R+h}{R}} \quad . \quad . \quad . \quad (43).$$

In ähnlicher Weise findet man aus dem Ohm'schen Gesetze über Stromtheilung, wenn  $V$  den Widerstand des ganzen Ringes bezeichnet,

$$\frac{1}{V} = \frac{1}{2\pi k} \int_{-h_1}^{h_1} dy \int_R^{\frac{R+h}{z}} \frac{dz}{z},$$

also

$$V = \frac{\pi k}{h_1 \lg \text{nat} \frac{R+h}{R}} \cdot \cdot \cdot \cdot (44).$$

das Drehungsmoment, welches der gesammte Strom auf die Nadel ausübt, erhält man durch Summirung der Drehungsmomente sämtlicher Partialströme. Ist daher

$$i \cdot m f(y, z) dy dz$$

das Drehungsmoment eines Partialstromes, so folgt nach (42) und (43), da

$$J = \frac{E}{w + V}$$

ist, wenn  $E$  die in der Kette wirkende elektromotorische Kraft,  $w + V$  den Widerstand der ganzen Kette bezeichnet

$$D = \frac{E m}{2 h_1 w \lg \text{nat} \frac{R+h}{R} + 2 \pi k} \int_{-h_1}^{h_1} dy \int_R^{\frac{R+h}{z}} \frac{f(y, z)}{z} dz.$$

Nach Bd. 154, S. 249 ist aber

$$f(y, z) = \frac{2 \pi z^2 \cos \alpha}{[z^2 + y^2]^{\frac{3}{2}}} \left\{ 1 + \frac{3}{4} e^2 (1 - 5 \sin^2 \alpha) \frac{z^2 - 4 y^2}{[z^2 + y^2]^2} \right\},$$

mithin ergibt sich nach Ausführung der Integration<sup>1)</sup>, wenn wir zur Abkürzung  $R + h$  durch  $R_1$  bezeichnen

$$D = \frac{1}{w} \frac{\pi m E \cos \alpha}{h_1 \lg \text{nat} \frac{R_1}{R} + \pi \frac{k}{w}} \left[ \lg \text{nat} \left\{ \frac{\sqrt{R_1^2 + h_1^2} - h_1}{\sqrt{R_1^2 + h_1^2} + h_1} \cdot \frac{\sqrt{R^2 + h_1^2} + h_1}{\sqrt{R^2 + h_1^2} - h_1} \right\} \right. \\ \left. - \frac{1}{2} e^2 (1 - 5 \sin^2 \alpha) h_1 \left\{ \frac{2}{[R_1^2 + h_1^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[R^2 + h_1^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \right].$$

1) Für kleine Werthe von  $\frac{h}{R}$  und  $\frac{h_1}{R}$  kann man für den natürlichen Logarithmus in der Klammer den Ausdruck

$$\frac{2 h h_1}{R^2} \left\{ 1 - \frac{h}{R} - \frac{1}{2} \frac{h_1^2}{R^2} + \frac{h^2}{R^2} + \frac{h h_1^2}{R^3} + \frac{1}{3} \frac{h_1^3}{R^3} \right\}$$

setzen.

Für  $\alpha = 0$  und  $E = 1$  geht  $D$  in  $D_0$  über und man erhält alsdann durch

$$\frac{\partial D_0}{\partial h} = 0 \quad \frac{\partial D_0}{\partial h_1} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (45),$$

zwei Gleichungen, aus denen sich die Werthe von  $h$  und  $h_1$  berechnen lassen, für welche die Empfindlichkeit ein Maximum wird.

Es stellt sich hierbei heraus, daß wenn  $R$  und  $w$  nicht sehr klein werden, ein Fall der bei einer Tangentenbussole und ihren Anwendungen nicht eintritt,  $\frac{h}{R}$  und  $\frac{h_1}{R}$  stets kleine Werthe besitzen. Da ferner auch das Verhältniß des Polabstandes von der Nadelmittle zu dem Radius  $\frac{e}{R}$  bei Tangentenbussolen sehr klein ist, so wollen wir im Folgenden das Verhältniß gleich Null setzen. Die Bedingungsgleichungen (42) lassen sich dann auf die einfache Form bringen

$$\left. \begin{aligned} \frac{h^2 h_1}{R^3} \left\{ 1 - \frac{7}{6} \frac{h}{R} \right\} &= \frac{2\pi k}{Rw} \\ \left( \frac{h_1}{R} \right)^3 &= \frac{1}{2} \frac{h}{R} + \frac{1}{6} \left( \frac{h}{R} \right)^2 - \frac{1}{6} \left( \frac{h}{R} \right)^3 \end{aligned} \right\} \quad (46).$$

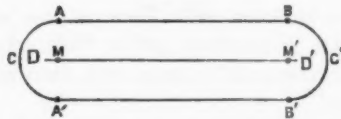
Entwickelt man hieraus die Werthe von  $h$  und  $h_1$  und führt dieselben in (44) ein, so ergibt sich für den Widerstand  $V$  des Ringes der Tangentenbussole im Vergleich zu dem äußeren Widerstand der Kette  $w$  ein sehr geringer Werth und die Regel, daß der Widerstand eines Galvanometers (von der Umspinnung abgesehen) gleich dem äußeren Widerstand seyn müsse, wenn das Maximum der Empfindlichkeit erreicht werden soll, findet auf Tangentenbussolen mit einfachem massiven Ring keine Anwendung. Für einige in der Praxis häufig vorkommende Werthe von  $R$  und  $w$  findet man z. B., wenn der äußere Widerstand  $m$  und der Widerstand  $V$  des Ringes der Tangentenbussole in Siemens'schen Einheiten ausgedrückt werden, und wenn ferner der spezifische Widerstand für Kupfer  $k = 2 \cdot 10^8 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Secunde}}$  ist:

$R$ Millim.	$w$ Siemens	$h$ Millim.	$2h_1$ Millim.	$V$ Siemens
200	1	0,769	17,550	0,00192
200	5	0,404	12,715	0,00504
300	1	0,981	24,276	0,00163
300	5	0,515	17,585	0,00429

Galvanometer mit gestreckter Stromcurve bei Vernachlässigung der Umspinnung.

Unter einer „gestreckten Stromcurve“ verstehe ich eine Curve, welche sich Fig. 1 aus zwei parallelen gleich lan-

Fig. 1.



gen Stücken  $AB$  und  $A'B'$  und zwei Halbkreisen  $ACA'$  und  $BC'B'$  zusammensetzt. Die Pole  $M$  und  $M'$  der Galvanometernadel sollen in der Ruhelage mit den Mittelpunkten der beiden Halbkreise zusammenfallen, endlich möge der Horizontalabstand der beiden Nadelenden von der die Nadel zunächst umgebenden Windung  $CD$  und  $C'D'$  wie früher durch  $a$ , der Verticalabstand der beiden parallelen Stücken  $AA'$  oder  $BB'$  dagegen mit  $b$  bezeichnet werden.

Aus den früher für diese Classe von Galvanometern gegebenen Entwicklungen<sup>1)</sup> ergeben sich alsdann folgende Dimensionen für das Galvanometer, wenn dasselbe das Maximum der Empfindlichkeit besitzen soll:

1) Pogg. Ann. Bd. 137, S. 133. Die daselbst mitgetheilten Zahlenwerthe wurden von Neuem controlirt.

$$\left. \begin{aligned}
 a &= 0,0417 \cdot L \\
 b &= 0,250 \cdot L \\
 h &= 0,51602 \cdot L \\
 h_1 &= 0,37770 \cdot L \\
 Q &= 1,1167 \cdot L^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{k}{w}} \\
 l &= 1,1167 \cdot L^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{w}{k}}
 \end{aligned} \right\} \dots (47).$$

Die Größen  $L, w, k, h, h_1$  etc. haben hierbei dieselbe Bedeutung wie oben. Für das Drehungsmoment, welches die Stromeinheit auf die in der Ruhelage befindliche Nadel ausübt, folgt ferner

$$D_0 = 2,8884 \frac{m}{\sqrt{L}} \sqrt{\frac{w}{k}} \dots (48)$$

und endlich für das Gewicht des von der Umspinnung freien Drahtes

$$P = \frac{1,2470}{10^6} s L^{\frac{1}{2}},$$

wobei  $P$  in Kilogrammen gefunden wird, wenn  $L$  in Millimetern gemessen ist. Nimmt man für Kupfer  $s = 8,921$ , so wird

$$P = \frac{11,124}{10^6} L^{\frac{1}{2}} \dots (49).$$

Wenn es sich darum handelt für eine Kette von gegebenem Widerstand ein Galvanometer von größter Empfindlichkeit zu construiren, so läßt es sich leicht entscheiden, welche der beiden Arten, die mit kreisförmiger oder mit langgestreckter Stromcurve, den Vorzug verdienen. Wir setzen dabei GröÙe und Gestalt der Nadeln, sowie die Art ihrer Aufhängung als gleich voraus. Ferner möge zum Vergleich die empfindlichste Art von Galvanometern mit kreisförmiger Stromcurve gewählt werden, nämlich diejenige mit enger Umschließung, welche S. 250 betrachtet wurde. Es seyen  $\Omega'$  und  $\Omega''$  die statische und dynamische Empfindlichkeit bei gegebener Kette von dem Galvanometer mit kreisförmiger Stromcurve,  $\Omega'_s$  und  $\Omega''_s$ ,

die entsprechenden Werthe für das Galvanometer mit gestreckter Stromcurve, so ergibt sich nach (32) das Verhältniß

$$\frac{\Omega'_g}{\Omega'} = \frac{\Omega''_g}{\Omega''} = \frac{2,8884}{2,10947} = 1,369$$

und es ist mithin die Empfindlichkeit der Galvanometer mit gestreckter Stromcurve um ein Drittel größer als die Empfindlichkeit der Galvanometer mit kreisförmiger Stromcurve. Was ferner die zur Construction zu verwendende Drahtmenge anlangt, so findet man für das Verhältniß derselben, wenn  $P$  und  $P_g$  die Gewichte des Drahtes für beide Galvanometerarten bezeichnen, nach (25) und (49)

$$\frac{P_g}{P} = \frac{11,124}{105,895} = \frac{1}{9,5},$$

woraus das interessante Resultat hervorgeht, *dass Galvanometer mit gestreckter Stromcurve unter Aufwand von beinahe nur dem zehnten Theil an Draht eine um ein Drittel größere Empfindlichkeit liefern als ein entsprechendes Galvanometer mit kreisförmiger Stromcurve.*

Trotz dieses für die Galvanometer mit gestreckter Stromcurve überaus günstigen Vergleiches, dürfte man sich bei Construction von Galvanometern mit sehr kleiner Nadel an die kreisförmige Construction halten, weil bei ihnen der für die Nadel freigelassene Raum verhältnißmäßig größer ist und eine Controle der Aufhängung der Nadel leichter zuläßt. Für Galvanometer dagegen mit längerer Nadel empfiehlt es sich die gestreckte Form in Anwendung zu bringen. Die folgenden Tafeln geben die Werthe der Größen, welche bei Construction von Galvanometern mit gestreckter Stromcurve für verschiedene äußere Widerstände in Betracht kommen, wenn die Länge  $L$  der Nadel 50<sup>mm</sup> und 100<sup>mm</sup> beträgt. Als Widerstandseinheit und specifischer Widerstand sind dieselben Werthe genommen worden wie S. 255.



$L = 50\text{mm.}$ 

$w$	$d$ Millim.	$l$ Meter	$\frac{D_0}{m}$	
0,1	2,686	27,5	28,5	
0,5	1,796	61,5	63,7	
1	1,510	87,0	90,0	
2	1,270	123,1	127,3	
4	1,068	174,1	180,1	
6	0,965	213,2	220,6	$a = 2,1\text{mm}$
8	0,898	246,1	254,7	$b = 12,5\text{mm}$
10	0,849	275,2	284,7	$h = 25,8\text{mm}$
20	0,714	389,2	402,7	$2h_1 = 37,8\text{mm}$
40	0,600	550,4	569,5	$P = 1,390\text{kilogramm}$
60	0,543	674,1	697,4	
80	0,505	778,4	805,3	
100	0,478	870,3	900,4	
200	0,402	1230,7	1273,3	
400	0,338	1740,5	1800,8	
600	0,305	2131,7	2205,5	
800	0,284	2461,4	2546,6	
1000	0,269	2752,0	2847,2	

 $L = 100\text{mm.}$ 

$w$	$d$ Millim.	$l$ Meter	$\frac{D_0}{m}$	
0,1	4,516	77,8	20,1	
0,5	3,020	174,1	45,0	
1	2,540	246,1	63,7	
2	2,136	348,1	90,0	
4	1,796	492,3	127,3	
6	1,623	602,9	156,0	$a = 4,2\text{mm}$
8	1,510	696,2	180,1	$b = 25,0\text{mm}$
10	1,428	778,4	201,3	$h = 51,6\text{mm}$
20	1,201	1100,8	284,7	$2h_1 = 75,5\text{mm}$
40	1,010	1556,7	402,7	$P = 11,124\text{kilogramm}$
60	0,913	1906,6	493,2	
80	0,849	2201,6	569,5	
100	0,803	2461,4	636,7	
200	0,675	3481,0	900,4	
400	0,568	4922,8	1273,3	
600	0,513	6029,3	1559,5	
800	0,478	6962,0	1800,7	
1000	0,452	7783,7	2013,3	

Bestimmung der günstigen Verhältnisse für Galvanometer bei beschränkter Wahl des Galvanometerdrahtes.

Wenn in Betreff der Länge und dem Querschnitte des Galvanometerdrahtes keine freie Wahl gelassen ist, können, wie früher in der Einleitung erwähnt wurde, je nach der Art der Beschränkung eine Reihe verschiedener Fälle eintreten, von denen der unter (4) aufgezählte Fall, da er practisch keine Wichtigkeit besitzt, ganz außer Acht gelassen werden kann.

Wenn man die Wirksamkeit der verschiedenen Schichten eines Galvanometers mit Maximalempfindlichkeit untereinander vergleicht, so zeigt sich, daß die äußersten Schichten d. h. diejenigen Schichten, welche die größte Drahtmenge in Anspruch nehmen, verhältnißmäßig am wenigsten zur Vergrößerung des Drehungsmomentes beitragen. Man kann sich daher die Aufgabe stellen, unter Verzichtleistung auf den höchsten Grad der Empfindlichkeit ein möglichst empfindliches Galvanometer zu construiren unter Aufwand einer geringeren Drahtmenge, als zur Herstellung eines Galvanometers mit Maximalempfindlichkeit gehört. Verwendete man z. B. den vierten Theil weniger an Draht dem Gewichte nach, als für die Construction mit Maximalempfindlichkeit erforderlich seyn würde, so würde man finden, daß die Empfindlichkeit des so construirten Galvanometers im Verhältniß zur Drahtersparniß der Maximalempfindlichkeit nur wenig nachstehen würde. Man hätte in diesem Falle zunächst für die gegebene Kette und die gegebene Länge der Nadel nach den oben gegebenen Betrachtungen das Gewicht  $P$  des Drahtes zu bestimmen, welches zur Herstellung der Maximalempfindlichkeit nöthig ist. Dreiviertel dieses Gewichtes würde alsdann zur Construction des Galvanometers zu verwenden seyn, und es handelte sich dann nur um die Bestimmung des günstigen Querschnittes und der zweckmäßigsten Dimensionen des Multiplicatorringes. Es tritt demnach hierbei der unter (2) aufgeführte Fall ein, wo das Gewicht des Galvanometerdrahtes gegeben ist. Da in allen Fällen, wo nicht über Länge und Querschnitt des

Galvan  
Grad  
wir in  
wir d  
Es  
des D  
hat m  
weise

worau

ergiebt

Hierin  
unabh  
ander  
Verän

in Ve  
aus (  
man  
dem  
Form

Galvanometerdrahtes frei disponirt werden kann, der höchste Grad der Empfindlichkeit nicht erreicht wird, so sehen wir in der Folge von der Umspinnung gänzlich ab, indem wir die Dicke derselben  $\delta = 0$  setzen.

Es sey nun  $P$  das in Kilogrammen gegebene Gewicht des Drahtes, welcher zur Verwendung kommen soll, so hat man unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungsweise

$$P = \frac{lQ}{10^6} \cdot s \quad (50),$$

$$q(h, h_1) = \frac{4}{\pi} lQ,$$

woraus sich

$$q(h, h_1) = \frac{4}{\pi} \frac{P \cdot 10^6}{s} \quad (51)$$

ergibt. Es wird daher nach (9) das Drehungsmoment  $D_0$

$$D_0 = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{E m Q}{w Q^3 + \frac{k P 10^6}{s}} \cdot A.$$

Hierin sind  $h$  und  $h_1$  nicht mehr wie früher von einander unabhängig, sondern durch die Gleichung (51) mit einander verbunden. Wählen wir z. B.  $h$  als unabhängige Veränderliche, so ergeben sich aus den Gleichungen

$$\frac{dD_0}{dQ} = 0 \quad \frac{dD_0}{dh} = 0$$

in Verbindung mit (51) die Werthe von  $Q$ ,  $h$  und  $h_1$  und aus (50) die Länge  $l$  des aufzuwendenden Drahtes. Führt man die Differentiation nach  $Q$  wirklich aus, und giebt dem totalen Differential nach  $h$  eine etwas bequemere Form, so finden sich  $Q$ ,  $h$ ,  $h_1$ ,  $l$  aus den Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} Q &= \sqrt{\frac{P \cdot 10^6}{s}} \cdot \sqrt{\frac{k}{w}} \\ \frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial q(h, h_1)}{\partial h_1} - \frac{\partial A}{\partial h_1} \frac{\partial q(h, h_1)}{\partial h} &= 0 \\ q(h, h_1) &= \frac{4}{\pi} \frac{P 10^6}{s} \\ l &= \sqrt{\frac{P \cdot 10^6}{s}} \cdot \sqrt{\frac{w}{k}} \end{aligned} \right\} \quad (52),$$

womit die Aufgabe gelöst ist. Für den Fall z. B., wo man es mit einem Galvanometer mit kreisförmiger Stromcurve zu thun hat, findet man für die zweite und dritte Gleichung, wenn  $r$ ,  $\gamma_1$  und  $\varepsilon$  ihre frühere Bedeutung haben:

$$2 \lg \text{nat} \frac{r + \sqrt{r^2 + \gamma_1^2}}{1 + \sqrt{1 + \gamma_1^2}} - \frac{1}{2} \frac{\varepsilon^2}{\gamma_1^2} \left\{ \frac{r^3}{[r^2 + \gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[1 + \gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \\ - \frac{3}{2} \varepsilon^2 \left\{ \frac{r^3}{[r^2 + \gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}} - \frac{1}{[1 + \gamma_1^2]^{\frac{5}{2}}} \right\} - 2 \left\{ \frac{r}{\sqrt{r^2 + \gamma_1^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma_1^2}} \right\} \\ - \frac{r^3 - 1}{r} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + \gamma_1^2}} + \frac{3}{4} \varepsilon^2 \frac{r^3}{[r^2 + \gamma_1^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} = 0 \\ \gamma_1 (r^3 - 1) = \frac{2}{\pi^2} \frac{P \cdot 10^6}{s R^3}$$

woraus  $r$  und  $\gamma_1$  und damit  $h$  und  $h_1$  sich bestimmen lassen.

In gleicher Weise lassen sich die beiden anderen Fälle behandeln. Ist zunächst der Querschnitt gegeben, so ergeben sich  $h$ ,  $h_1$  und  $l$  aus den Gleichungen

$$\frac{\partial D_0}{\partial h} = 0 \quad \frac{\partial D_0}{\partial h_1} = 0 \quad q(h h_1) = \frac{4}{\pi} Q l,$$

ist außerdem auch die Länge  $l$  gegeben, so findet man  $h$  und  $h_1$  aus den Gleichungen

$$\frac{\partial A}{\partial h} \frac{\partial q(h h_1)}{\partial h_1} - \frac{\partial A}{\partial h_1} \frac{\partial q(h h_1)}{\partial h} = 0 \quad q(h h_1) = \frac{4}{\pi} Q l.$$

Bemerkungen zur practischen Ausführung von Galvanometern.

Wird ein Galvanometer genau nach den oben gegebenen Vorschriften construirt, so wird doch der durch Rechnung gefundene Werth des Drehungsmomentes nur näherungsweise mit dem wirklichen Werthe übereinstimmen können, da die an die Regelmäßigkeit der Aufwindungen gestellten Anforderungen in der Praxis immer nur näherungsweise erfüllt werden können. Es ist daher zweckmäßig in allen Fällen, wo die Messungen, welche man mit Hülfe des Galvanometers vornehmen will, eine Kenntniß des Drehungsmomentes erforderlich machen, dasselbe durch besondere Versuche zu ermitteln, wozu an erster Stelle ein Erdinductor oder, falls man über einen solchen nicht verfügt, die S. 562 auseinandergesetzte Methode Gelegen-

heit b  
gefun  
welch  
kung  
sin  $\alpha^2$   
falls d  
gend  
Bestim  
ausgel  
Strom

für kl  
kreisfö  
Coëffie  
stimm  
Schwi

Be  
Multipl  
das D  
durch  
werden  
den W  
geordn  
wie so  
lernen  
wandte  
zu ber

ist un  
kreisfö

ein, so

1) Po

2) Po

Pogg

beit bietet. Ist auf diese Weise das Drehungsmoment  $\mathfrak{D}_0$  gefunden, so ist auch das Drehungsmoment  $D$  gegeben, welches ein Strom von der Intensität  $i$  bei einer Ablenkung  $\alpha$  der Nadel ausübt, sobald der Coëfficient von  $\sin \alpha^2$  bestimmt ist. Dieser Coëfficient läßt sich gleichfalls durch Versuche feststellen z. B. nach der von Poggendorff gegebenen Methode<sup>1)</sup>, nach welcher eine solche Bestimmung in einer früheren Abhandlung<sup>2)</sup> von mir ausgeführt wurde. Bei Galvanometern mit gestreckter Stromcurve, für welche gleichfalls die Beziehung

$$D = i \mathfrak{D}_0 \cos \alpha (1 - \gamma \sin \alpha^2)$$

für kleine Ablenkungswinkel  $\alpha$  wie bei denjenigen mit kreisförmiger Stromcurve Geltung hat, kann man den Coëfficienten  $\gamma$  sogar nur durch solche Beobachtungen bestimmen, da sich die Berechnung derselben zu große Schwierigkeiten entgegenstellen.

Bei Tangentenbussolen, bei der in sich abgeschlossene Multiplicator eine zu geringe Dämpfung ausübt, muß man das Drehungsmoment aus den Dimensionen ableiten, wodurch in diesem Falle dasselbe hinreichend genau erhalten werden kann, da bei größerer Entfernung der Nadel von den Windungen kleine Unregelmäßigkeiten nur eine untergeordnete Rolle spielen. Es empfiehlt sich in diesem Falle, wie schon von F. Kohlrausch bemerkt wurde, den mittleren Radius der Tangentenbussole aus der Länge des verwandten Drahtes  $l$  und aus der Zahl der Umwindungen  $n$  zu berechnen. Beachtet man nämlich, daß

$$n \Delta y \Delta z = 2 h h_1, \quad l \Delta y \Delta z = q(h h_1)$$

ist und führt nach (13) den Werth von  $q(h h_1)$  für die kreisförmige Stromcurve nämlich

$$q(h h_1) = 2 \pi h h_1 (2 R + h)$$

ein, so folgt

$$\frac{l}{n} = 2 \pi \left( R + \frac{h}{2} \right),$$

1) Pogg. Ann. Bd. 57, S. 324.

2) Pogg. Ann. Bd. 146, S. 270.

Poggendorff's Annal. Bd. CLVII.

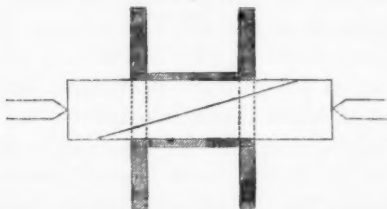
oder wenn wir wie früher den mittleren Radius  $R + \frac{h}{2}$  durch  $\Re$  bezeichnen

$$\Re = \frac{l}{2\pi n}.$$

Außer der Länge und der Windungszahl sollte stets auch die Anzahl der horizontalen Windungsschichten und das Gewicht des von der Umspinnung freien Drahtes bei der Construction mit bestimmt werden, damit das Galvanometer einer Controle unterworfen werden kann.

Bei Galvanometern mit enger Umschließung wendet man zur Begleitung des für die Nadel frei zu lassenden Raumes zweckmäßig Buchsbaumholz an. Die Begleitung kann sehr dünn gemacht werden, ohne daß man befürchten müßte, dieselbe werde beim Aufwinden zerdrückt, wenn man Fig. 2 einen der Oeffnung entsprechenden Zapfen durch einen schrägen Schnitt in zwei gegenein-

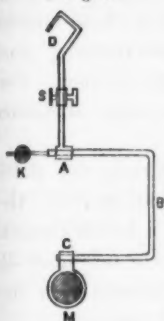
Fig. 2.



ander verschiebbaren Theile zerlegt, das Galvanometer auf diesen Zapfen aufschiebt und zu beiden Seiten Spitzen einsetzt. Um dem beim Aufwinden auf die Seitenwände des Rahmens ausgeübten seitlichen Drucke zu begegnen, empfiehlt es sich zu beiden Seiten zwei Backen an dem Zapfen zu befestigen, welche diesen Druck aufheben.

Um das Trägheitsmoment des Gehänges für die Nadel möglichst gering zu machen, kann man sich mit Vortheil einer dünnen hakenförmigen Glasröhre bedienen. An dem Haken, Fig. 3, ist bei  $C$  eine dünne Hülse aus Messing befestigt, welche die Nadel  $M$  trägt. Das Messingstäbchen  $AD$ , welches den verschiebbaren Spiegel  $S$  trägt,

Fig. 3.



sitzt mittelst der Hülse *A* fest an dem Glashaken. Die Schraube, durch welchen der Spiegel festgeklemmt wird, hält zugleich dem Spiegel *S* das Gegengewicht. Das Gegengewicht für den Haken *ABC* endlich bildet eine in der Oeffnung der Glasröhre bei *A* eingekittete Schraube, auf welcher sich eine kleine Bleikugel *K* vorwärts und rückwärts schrauben läßt.

Zum Schlusse möge mir noch gestattet seyn auf einen Druckfehler aufmerksam zu machen, welcher zu Irrthümern Veranlassung geben kann. In der zweiten Gleichung der unter (19) zusammengefaßten Gleichungen (Bd. 154, S. 250) ist das auf den natürlichen Logarithmus folgende Glied mit einem negativen Vorzeichen zu versehen. Es läßt sich dieser Gleichung auch folgende für die Berechnung einfachere Form geben

$$\lg \operatorname{nat} \left( \frac{r + \sqrt{r^2 + \gamma^2}}{1 + \sqrt{1 + \gamma^2}} \right) - \frac{3}{4} \frac{\varepsilon^2}{\gamma^2} \left\{ \frac{r^3}{[r^2 + \gamma^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[1 + \gamma^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} \\ - \frac{3}{2} \varepsilon^2 \left\{ \frac{r^3}{[r^2 + \gamma^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{1}{[1 + \gamma^2]^{\frac{3}{2}}} \right\} - 2 \left\{ \frac{r}{\sqrt{r^2 + \gamma^2}} - \frac{1}{\sqrt{1 + \gamma^2}} \right\} = 0.$$

### III. Ueber elastische Nachwirkung; von F. Neesen.

Das Phänomen der elastischen Nachwirkung hat in neuerer Zeit eine erhöhte Beachtung gefunden. Es sind einerseits Messungen über dasselbe angestellt worden um das zu Grunde liegende Gesetz empirisch zu finden. Andererseits sind auch auf theoretischem Wege Versuche

gemacht um von bestimmten Hypothesen aus die elastische Nachwirkung abzuleiten. Die Frage nach dem Gesetze der letzteren ist indeß durch diese Untersuchung noch nicht endgültig gelöst. Es dürfte deshalb ein neuer Versuch den Grund des genannten Phänomens abzuleiten nicht unangebracht seyn.

Ich werde im Nachstehenden eine Erklärung der elastischen Nachwirkung versuchen von physikalischen Gesichtspunkten aus und zwar auf Grund der Anschauungen, die wir aus der mechanischen Wärmetheorie uns über die Constitution der Körper bilden. Daran schließt sich eine mathematische Ableitung des genannten Phänomens.

### §. 1.

In jedem Körper befinden sich die Molecüle, wie die mechanische Wärmetheorie annimmt, in einer fortwährenden Schwingungsbewegung. Bei festen Körpern, mit welchen wir allein hier zu thun haben, geschehen die Schwingungen um eine bestimmte mittlere Lage. Die Molecüle bewegen sich um die letztere entweder in geschlossenen oder ungeschlossenen Bahnen. Ich nenne diese für jeden kleinsten Körper charakteristische Mittellage die Ruhelage für dieses Theilchen. Da die Bahnen, welche von den Molecülen beschrieben werden, abhängig sind von den Kräften, welche auf den ganzen Körper wirken, also mittelbar auch auf jedes Molecül, weil durch diese Kräfte die Molecularentfernungen vergrößert oder verkleinert werden, so werden sich die einzelnen Ruhelagen der kleinsten Theile ebenfalls verändern mit den Bedingungen, denen der Körper unterworfen ist. Wenn demnach an einem Ende eines Drahtes ein Torsionsmoment wirkt, so werden die Schwingungen eines Molecüls um eine andere Ruhelage geschehen, als die ist, um welche sich das Molecül bewegt, sobald das genannte Torsionsmoment nicht mehr einwirkt. Wir bemerken dies an der Verdrehung des Drahtes.

Es fragt sich nun, wie geht der Draht in die neue

Lage  
sehen  
Da  
Ruhel  
zwei  
stofs  
durch  
culen  
men,  
Stöße  
dische  
Beweg  
Um  
Fall  
vorzu  
schrie  
rend  
Punkt  
Punkt  
Größe  
eine  
dende  
oder  
und i  
Bewe  
möge  
der M  
starre  
griffe  
Lage  
Molec  
u. s. f.  
lich  
entwe  
und  
— im  
Gleich



Lage über, geschieht dies plötzlich oder allmählig, abgesehen von den Schwingungen?

Das einzelne Molecül wird in seiner um eine bestimmte Ruhelage erfolgenden Schwingungsbewegung erhalten durch zwei Einflüsse. Einmal durch die Anziehungen und Abstosungen der dasselbe umgebenden Molecüle, sodann durch die Stöße, welche es von den benachbarten Molecülen erhält, wenn die letzteren in eine solche Nähe kommen, daß ihre Wirkung etwa die des wirklichen elastischen Stosses ist. Diese Stöße müssen eine bestimmte periodische Regel einhalten, weil sonst keine regelmäßige Bewegung um eine bestimmte Ruhelage erfolgen könnte. Um uns zum leichteren Verständniß einen einfachen Fall einer solchen regelmäsig periodischen Bewegung vorzustellen, wollen wir uns denken: das Molecül beschreibe beständig eine Kreisbahn. Dann wird es während des ersten Durchlaufens dieser Bahn in verschiedenen Punkten Stöße von benachbarten Molecülen erhalten; im Punkte *a* einen Stoß *A* von bestimmter Richtung und GröÙe, in *b* einen Stoß *B* u. s. f. Wenn die Bewegung eine regelmäßige stets um denselben Mittelpunkt stattfindende seyn soll, so wird schon beim zweiten Umlauf oder nach dem *n*ten Umlauf im Punkte *a* derselbe Stoß *A* und in *b* derselbe Stoß *B* erfolgen. In diese regelmäßige Bewegung greift nun die tordirende Kraft hinein. Vermöge derselben wird eine andere Gleichgewichtsvertheilung der Molecüle angestrebt. Wären die letzteren wirklich starre Punkte, nicht selbst in Schwingungsbewegung begriffen, so würde der Uebergang des Molecüls in die neue Lage plötzlich erfolgen. Nun bewegen sich aber die Molecüle durcheinander, stoßen auf einander, prallen ab u. s. f. Da durch die tordirende Kraft das Molecül plötzlich verrückt wird, so trifft der Stoß *A* dasselbe jetzt entweder gar nicht oder jedenfalls in einem anderen Punkte und dann mit anderer Intensität und anderer Richtung — im Allgemeinen wenigstens — als wie vorher. Das Gleiche findet statt bei den anderen Stößen *B*, *C* u. s. f.

Manche Stöße, welche das Molecül erfuhr, wird es nicht mehr erleiden, neue werden hinzugekommen seyn. Nun ist es wohl nicht denkbar, daß alle diese Stöße sich sofort so ordnen, daß sie in derselben regelmäßigen Periodicität erfolgen wie in dem Falle vor Einwirkung der Torsionskraft. Wirkt also z. B. auf ein Molecül  $m_1$  gerade etwas vor dem Zusammenstoß mit dem Molecül  $m_2$ , von welchem  $m_1$  den Stoß  $A$  erfuhr, so wird  $m_2$  eine Torsionskraft in der Richtung nach  $m_2$  jetzt etwas früher mit  $m_1$  zusammentreffen als vor der Torsion. In Folge dessen hat  $A$  nicht mehr denselben Einfluß. Ebenso Stöße  $B$ ,  $C$  etc. nicht. Es wird also die Bahn etwas verändert werden. Vollendet  $m_1$  nun einen Umlauf und kommt wieder in die Phase, in der es eben den Stoß  $A$  empfangt, so wird das Molecül  $m_2$  noch nicht in einer solchen Nähe seyn, daß es wieder denselben Stoß ausübt, da ja durch Verrückung von  $m_1$  auch alle benachbarten Molecüle gestört sind. Kurz die Stöße erfolgen nicht mehr in der regelmäßigen Weise wie vorher; deshalb ist die Bewegung auch keine regelmäßige mehr um eine bestimmte mittlere Ruhelage. Das Molecül hat somit keine bestimmte Ruhelage. Es folgt der Unregelmäßigkeit der Aufeinanderfolge der Stöße. Erst mit der Zeit werden die letzteren sich mit den auf das Molecül wirkenden anderen Kräften so ausgleichen, daß dieselben wiederum in einer regelmäßig periodischen Weise erfolgen. Dann erst bewegt sich das Molecül aufs Neue um eine mittlere constante Lage, hat also wieder eine bestimmte Ruhelage. In der Zwischenzeit zwischen dem Erreichen dieser Letzteren und dem Ausgange von der Ruhelage vor der Torsion lassen sich die Bewegungen der einzelnen kleinsten Theile des Drahtes als Schwingungen um einen beweglichen Mittelpunkt auffassen. Unter dieser Voraussetzung wird sich also die Ruhelage in einer fortdauernden Bewegung befinden und diese Bewegung sehen wir in der elastischen Nachwirkung.

Ich hatte bei der obigen Auseinandersetzung angenommen der Faden werde tordirt. Tritt nun das Ent-

gegengesetzte ein, ist der Faden tordirt gewesen und wird dann losgelassen, so erfolgt Aehnliches. Während der Dauer der Torsion war die Ruhelage der einzelnen Molecüle in fortwährender Bewegung nach einer gewissen Endlage hin begriffen; sie hatte somit am Ende der Torsion eine bestimmte Lage erreicht. Die wirksamen Kräfte bestreben sich nun, da die Torsionskraft aufgehoben ist, das Molecül in eine Ruhelage zu bringen, welche in entgegengesetzter Richtung liegt wie der Punkt, worauf sich jenes während der Torsion hinbewegte. Wie vorher tritt daher eine erneute Unregelmäßigkeit in der Vertheilung der Stöße ein, welche sich wiederum erst mit der Zeit ausgleicht. Vermöge derselben wird die Ruhelage einen erneuten Anstoß zur Wanderung bekommen und zwar, wie man sieht, nach der entgegengesetzten Seite hin wie vorher. Wir haben eine andauernde Bewegung, d. i. elastische Nachwirkung nach der ursprünglichen Ruhelage vor jeder Torsion.

Es ist leicht zu übersehen, daß eine solche Bewegung, wie ich sie eben geschildert habe, dieselben quantitativen Verhältnisse zeigen muß, welche bisjetzt über elastische Nachwirkang beobachtet sind. Je länger die Torsion dauert, desto weiter ist jedes Molecül in der Bewegung nach der schließlichen Ruhelage hin begriffen, desto größer ist also auch der Weg, den es nach der Ruhelage ohne Torsion zurückzulegen hat, d. h. die Nachwirkung muß mit der Torsionsdauer wachsen. Denselben Einfluß muß eine Vergrößerung des Torsionswinkels haben. Daß auch bedeutende Abhängigkeit von der Temperatur eintritt, ist unter Annahme der oben gegebenen Erklärung selbstverständlich, weil die Lebhaftigkeit der Molecularbewegung nach unseren Vorstellungen mit der Temperatur wächst, somit auch die Anzahl der Stöße und die Lagenveränderungen der wirksamen Kraftcentra bei verschiedener Temperatur in anderem Tempo vor sich gehen. Und hierdurch wird im Allgemeinen auch eine Verschiedenheit

in der Wirkung hervorgerufen, deren Ursache die Stöße sind.

Aus der eben gegebenen Erklärung für die elastische Nachwirkung folgt, daß in einem tordirten Stabe, der an beiden Enden fest ist — an einem etwa in einer festen Lage ruht, an einem andern um einen constanten Winkel tordirt ist — daß in einem solchen Stabe die Molecüle zwischen den beiden festen Enden nicht in Ruhe sind, sondern sich nach bestimmten Ruhelagen hinbewegen. Das heißt, der Stab ist nicht gleichmäßig tordirt. Der Versuch zeigt, daß dem in der That so ist. An einem Kautschukfaden habe ich in der Mitte desselben einen leichten Spiegel angekittet, das untere Ende des Fadens tordirt und auf constante Torsion erhalten, so daß ein dort angebrachter Spiegel keine Bewegung zeigte. Der mittlere Spiegel bewegte sich indess fortwährend ohne Schwingungen nach der zu erwartenden Seite hin, nämlich von der Ruhelage ohne Torsion ab. Nach Aufhebung der Torsion ging die Schwingungsbewegung bald in eine aperiodische Bewegung über von entgegengesetzter Richtung, wie während der Dauer der Torsion. Doch war, wie zu erwarten, die elastische Nachwirkung des unteren Endes jetzt viel stärker wie die des oberen. Ein Versuch, den O. E. Meyer<sup>1)</sup> beschreibt, zeigt Aehnliches.

## §. 2.

Um die vorstehende Hypothese über den Grund der elastischen Nachwirkung mathematisch abzuleiten aus Betrachtung der Aufeinanderfolge der Molecularstöße und der daraus folgenden Wanderung der Ruhelage für jedes Molecül, dazu scheinen mir unsere jetzigen Kenntnisse über die Constitution der Körper nicht auszureichen. Wir müßten zunächst ein bestimmtes Gesetz über die Vertheilung der Molecüle haben. Das kennen wir noch nicht. Wir wissen ja nur aus den Arbeiten von Maxwell und Boltzmann, welcher Vertheilung die Molecüle eines Gases sich nach sehr langer Zeit nähern. Indess kann

1) Diese Ann. Bd. 154, S. 357.

man sich auf Grund der obigen Erklärung doch eine gewisse mathematische Anschauung bilden von der Kraft, welche die elastische Nachwirkung bewirkt. Man kann etwa die Abweichung der Wucht jedes einzelnen Stosses zu irgend einer Phase der periodischen Bewegung des Molecüls um die augenblickliche Ruhelage von der Wucht des Stosses, welchen das Molecül in derselben Bewegungsphase empfängt nach Erreichung der schließlichen Ruhelage, man kann diese Abweichung als die Kraft ansehen, mit welcher die Ruhelage fortbewegt wird. Da die Stöße in immer regelmässiger werdenden Weise, sowohl was die Anzahl, als auch was die Kraft und Richtung betrifft, wiederkehren, so wird auch die genannte Abweichung der Stöße in gleichen Phasen immer kleiner werden. Fügt man noch hinzu, daß die Anzahl der Stöße in der Secunde sehr groß ist, und die gedachte Abweichung von einem zum andern regelmässig abnimmt, so haben wir in diesen Abweichungen eine continuirlich abnehmende Kraft. Diese wirkt nun entgegen der Torsionskraft, welche das Molecül in die schließliche Torsionsruhelage zu ziehen bemüht ist. Wir haben somit einen Widerstreit von zwei Kräften, vermöge dessen sich die aperiodische Bewegung der elastischen Nachwirkung einstellt. Die mathematische Form für die im Vorstehenden gegebenen Anschauungen ergeben sich leicht durch Anlehnen an Boltzmann's Entwicklungen <sup>1)</sup> in seiner Abhandlung über elastische Nachwirkung.

Boltzmann stellt als Ausgangspunkt die Hypothese hin, daß Kräfte, welche auf einen Körper wirken, der durch sie in einen bestimmten Zustand versetzt ist, nicht bloß abhängen von den augenblicklichen Dehnungen, sondern auch von den vorhergegangenen, wobei jedoch eine Dehnung einen um so geringeren Einfluß hat, vor je längerer Zeit dieselbe stattfand. Und zwar soll die Kraft, welche zur Erzeugung einer bestimmten Deformation erforderlich ist, geringer seyn, wenn schon früher eine De-

1) Boltzmann, Wiener Sitzungsberichte Bd. 70, October. Vergl. auch O. E. Meyer, diese Ann. Bd. 113, S. 79.

formation in gleichem Sinne statthatte. Auch bei meiner Erklärung haben frühere Deformationen dieselben Einflüsse, wie sie Boltzmann annimmt. Ist z. B. ein Draht eine gewisse Zeit lang tordirt gewesen, wird darauf detordirt, so ist seine Ruhelage momentan noch von der schließlichen Ruhelage entfernt und zwar im Sinne der früheren Torsion. Wenn demnach noch einmal tordirt wird in demselben Sinne, so ist die Ruhelage schon näher an die schließliche Torsionsruhelage gerückt, wie wenn vorher gar keine Torsion erfolgt wäre. Mithin ist die vorher definirte, aus der Unregelmäßigkeit der Stöße sich ergebende Kraft, welche augenblicklich gegen die Torsionskraft wirkt, jetzt nicht so groß, als wenn wiederum vorher gar keine Torsion erfolgt wäre. Es könnte eingewandt werden, daß durch die neue tordirende Kraft eine Geschwindigkeit der Molecularbewegung überwunden werden müßte, da die Moleküle nach der Ruhelage ohne Torsion, also von der Torsionsruhelage ab sich bewegten. Durch Ueberwinden dieser Geschwindigkeit würde der Vortheil etwa wieder compensirt, den die neue Torsionskraft dadurch hat, daß das Molekül noch nicht sich in der Ruhelage ohne Torsion befindet. Indefs scheint mir, daß man bei der Annahme der von mir supponirten Molecularbewegung von einer zu überwindenden Bewegungsmenge nicht sprechen kann. — Auch wenn auf eine beliebig lange andauernde Torsion eine zweite in derselben oder entgegengesetzter Richtung unmittelbar folgt, so ergeben Boltzmann's Hypothese und meine Erklärung dieselben Consequenzen.

Indefs sind beide nicht identisch, oder besser gesagt, es stimmt die Form, welche Boltzmann der den allgemeinen Differentialgleichungen der Elasticität hinzugefügten Funktionen giebt, nicht mit derjenigen, welche aus meinen vorstehenden Auseinandersetzungen abzuleiten ist. Um für diese Form einen Anhalt zu gewinnen, gehe ich von dem einfachen Fall aus, dem, daß der betreffende Körper zu Anfang sich in keiner elastischen Deformation befindet

und daß er dann durch eine Kraft auf eine constante Torsion erhalten wird. Diese Kraft muß mit der Zeit kleiner werden. Denn nach den aus meiner Anschauung über das Wesen der elastischen Nachwirkung auf S. 585 gezogenen Folgerungen haben wir bei einer Torsion eine mit der Zeit abnehmende, der Torsionskraft entgegenwirkende Kraft, zu beachten. Um diese zu überwinden, muß zu der nach Verlauf sehr langer Zeit eine gewisse Torsion aufrecht haltenden Kraft in jedem Moment vorher eine andere hinzugefügt werden. Es ist somit auch im Anfange einer Torsion ein größeres Torsionsmoment erforderlich als nach Verlauf einer sehr langen Zeit um die Molecüle von vornherein in die Gleichgewichtslage zu bringen, welche sie schliesslich nach sehr langer Zeit einnehmen.

Mit der Zeit wird der nöthige Mehraufwand an Torsionsmoment, um die Molecüle immer in derselben Lage zu erhalten, geringer, weil die letzteren bei Vorhandenseyn eines constanten Drehungsmomentes sich mit der Zeit immer mehr in die Richtung der tordirenden Kraft einordnen würden, weil also die zu überwindenden molecularen Gegenkräfte kleiner werden. Im Maafse dieser molecularen Lagenänderungen werden wir das Torsionsmoment abnehmen lassen müssen, bis dasselbe schliesslich gleich der Kraft wird, welche die gewünschte Torsion herbeiführen würde, wenn eine elastische Nachwirkung überhaupt nicht eingetreten wäre.

Demnach besteht die zur Aufrechthaltung einer Torsion nothwendige Torsionskraft aus drei Bestandtheilen: 1) aus der schliesslich nach Verlauf einer sehr langen Zeit nöthigen Kraft, 2) aus der Kraft, welche im Anfange und Verlauf der Torsion nöthig ist zur Ueberwindung des Einflusses der unregelmässig auf einander folgenden Molecularstöße und 3) aus einem negativen Theil, welcher den zweiten Theil mit der Zeit immer mehr vermindert und schliesslich ganz aufhebt. Die beiden ersten Theile der Kraft sind nur abhängig von der Gröfse des Winkels, um welchen tordirt wurde, der letzte dagegen von diesem



Winkel und von der Zeit. Es bedarf wohl keiner Begründung, daß dieselben Anschauungen und Folgerungen, welche im Vorhergehenden für den Fall der Torsion vorgetragen sind, auch für jede elastische Deformation gelten. Daher stelle ich gleich die allgemeinen Differentialgleichungen für elastische Aenderungen auf.

Für elastische Deformationen ohne Nachwirkung haben wir nach den Bezeichnungen Lamé's als Zusammenhang zwischen den Spannungscomponenten und den Verschiebungen:

$$N_1 = X_1 = \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \text{ etc.}$$

Aehnliche Gleichungen gelten für die übrigen Componenten.

Dieser Kraft ist nun, im Fall der deformirte Körper elastische Nachwirkung zeigt, eine gewisse von den Verschiebungen abhängige Kraft hinzuzufügen, um sofort im Anfang die Verschiebung  $u$ ,  $v$ ,  $w$  zu erhalten. Es ist somit für den Anfang der Verschiebung:

$$N' = \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \varphi(\theta) + 2\mu \psi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right).$$

Schließlich ist noch der dritte Bestandtheil hinzuzufügen, welcher das eben hinzugefügte Glied mit der Zeit wieder aufhebt. Das Glied wird augenscheinlich die Form eines Integrals haben müssen, dessen untere Gränze die Zeit des Beginns der Torsion, dessen obere Gränze die Zeit ist, für welche wir die nöthige Spannung wissen wollen. So wird schließlich:

$$N_1 = \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \varphi(\theta) + 2\mu \psi\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) - \int_0^t (\lambda \varphi'(\theta) + 2\mu \psi'\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)) \chi(t) dt \quad (1).$$

Ebenso wird

$$T_1 = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) + \mu \psi \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) - \int_0^t \mu \psi' \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \chi(t) dt \text{ etc.}$$



Ueber die in diesen Formeln auftretenden unbekannten Functionen läßt sich zunächst sagen, daß die Functionen  $\varphi'$  und  $\psi'$  identisch seyn müssen mit den Functionen  $\varphi$  und  $\psi$ , denn sonst könnten die letzten Integrale nicht für jede Verschiebung nach Verlauf sehr langer Zeit die zweiten Glieder aufheben. Die Integrationen erstrecken sich nur über die Zeit; deshalb können die Winkelfunctionen auch vor das Integralzeichen gesetzt werden. Es ist somit

$$N_1 = \lambda \left[ \theta + \varphi(\theta) \left( 1 - \int_0^t \chi(t) dt \right) \right] \\ + 2\mu \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \varphi \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) \left( 1 - \int_0^t \chi(t) dt \right) \right] \quad (1a) \\ \text{etc.}$$

Weiter ergibt sich die Form von  $\chi(t)$  wenigstens innerhalb gewisser Gränzen aus den Bedingungen, welche zu den vorstehenden Gleichungen geführt haben. Nach der Zeit  $\infty$  muß nämlich das Integralglied in den vorstehenden Ausdrücken den zweiten Bestandtheil der anzubringenden Kraft aufheben. Es muß seyn

$$\lambda \varphi(\theta) \left( 1 - \int_0^\infty \chi(t) dt \right) = 0 \\ 1 - \int_0^\infty \chi(t) dt = 0.$$

Somit

$$\int_0^\infty \chi(t) dt = 1 \quad . \quad . \quad . \quad (2).$$

Durch diese Bedingung ist die Form von  $\chi$  in enge Gränzen eingeschlossen. Es kann z. B. seyn

$$\int \chi(t) dt = -e^{at} + C \quad . \quad . \quad (3a)$$

oder

$$\int \chi(t) dt = -\frac{a}{a+b} e^{at} + C \quad . \quad . \quad (3b).$$

Ueber die Functionen  $\varphi$  und  $\psi$  lassen sich aus den Gleichungen selbst keine weiteren Schlüsse ziehen. Man wird indeß zunächst versuchen, ob diese Functionen mit hinreichender Genauigkeit ausgedrückt werden durch einfache Proportionalität mit ihren Argumenten. Es würden dann die allgemeinen Gleichungen folgendermaassen lauten:

$$N_1 = \lambda \theta + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + (\lambda c_1 \theta + 2\mu c_2 \frac{\partial u}{\partial x}) \left(1 - \int_0^l \chi(t) dt\right) \quad (1b)$$

$$T_1 = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}\right) \left[1 + c_2 \left(1 - \int_0^l \chi(t) dt\right)\right]$$

### §. 3.

Wenden wir diese Formeln an auf den Fall der einfachen Torsion:

Ist die Axe, um welche tordirt wird, die  $z$ -Axe, ferner  $l$  die Länge des Fadens,  $\mathfrak{D}'$  der Torsionswinkel,

$$u = 0; \quad v = -\frac{xz\mathfrak{D}'}{l}; \quad w = \frac{yz\mathfrak{D}'}{l}.$$

Wir setzen diese Werthe in die obigen Gleichungen ein, bilden dann wie Boltzmann<sup>1)</sup> die Summe des Drehungsmomentes um die  $z$ -Axe für den untersten Querschnitt und erhalten dadurch mit Berücksichtigung des Trägheitsmomentes des spannenden Gewichtes

$$D' - K \frac{\partial^2 \mathfrak{D}}{\partial t^2} = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \left[1 + c_2 \left(1 - \int_0^l \chi(t) dt\right)\right] \quad (4).$$

Nehmen wir keine Rücksicht auf die jedenfalls rasch verschwindenden Torsionsschwingungen, so bleibt

$$D = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \left\{1 + c_2 \left(1 - \int_0^l \chi(t) dt\right)\right\} \quad (5).$$

Dieser Ausdruck geht bei den oben angenommenen Werthen für die Function  $\chi$  über in

1) Boltzmann, Wiener Sitzungsberichte Bd. 70, Octoberheft.

$$D = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \left\{ 1 + c_2 e^{-\alpha t} \right\}$$

$$D = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \left\{ 1 + c_2 \frac{a}{a + b t^m} \right\}.$$

## §. 4.

Bei den experimentellen Versuchen, welche über die Zulässigkeit der gemachten Voraussetzungen entscheiden müssen, haben wir nun nicht mit dem eben behandelten Fall einer constanten Torsion zu thun, sondern mit Torsionen, bei welchen vielmehr das Torsionsmoment zunächst als constant betrachtet wird, während der Torsionswinkel mit der Zeit demselben nachfolgt. Ich will diesen letzteren Fall in der Weise, wie es Boltzmann gelehrt hat, auf den zuerst behandelten Fall zurückführen.

Der constante Werth des Drehungsmomentes sey  $D'$ , die schliesslich nach Verlauf sehr langer Zeit durch dasselbe bewirkte Torsion  $\mathfrak{D}'$ , der augenblickliche Torsionswinkel sey  $\mathfrak{D}$ . „Es wäre daher bei der Verschiebungsnachwirkung  $D - D'$  dasjenige Drehungsmoment, welches zu dem schon vorhandenen hinzugefügt werden müsste, um die Torsion auf  $\mathfrak{D}'$  zu bringen, also um  $\mathfrak{D}' - \mathfrak{D}$  zu vermehren ( $D$  ist das im vorigen Paragraphen abgeleitete Drehungsmoment). Weil die Nachwirkung immer klein ist, so kann man sie bei Aufstellung der Relation zwischen dem Momente  $D - D'$  und der dadurch erzeugten Torsion  $\mathfrak{D}' - \mathfrak{D}$  vernachlässigen, wodurch man erhält:

$$\mathfrak{D}' - \mathfrak{D} = \frac{2l(D - D')}{4R^4 \mu} \dots \dots (6).$$

In diese Formel ist, um die augenblickliche Torsion  $\mathfrak{D}$  zu finden, zunächst an Stelle von  $D$  der Ausdruck zu setzen, welcher im vorigen Paragraphen abgeleitet wurde. Um eine Beziehung zwischen dem gleich nach Beginn der Torsion wirkenden Torsionsmoment  $D'$  und dem Winkel  $\mathfrak{D}$  zu erhalten, nehmen wir ebenfalls die Formeln aus dem vorigen Paragraphen zu Hülfe.  $D'$  steht zu der durch dieses Drehungsmoment gleich im Beginn der Torsion

bewirkten Ablenkung in derselben Relation wie im vorigen Paragraphen das im Anfang wirkende  $D$  zu der Torsion  $\mathfrak{D}'$ .

Setzen wir in Gleichung (5)  $t = 0$ , so folgt

$$D = \frac{\mu \pi R^4 \mathfrak{D}' (1 + c_2)}{2l} \quad . \quad . \quad . \quad (7).$$

Dagegen für  $t = \infty$

$$D_t = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \quad . \quad . \quad . \quad (8).$$

Somit ist

$$D_t = \frac{D}{1 + c_2}.$$

Wir fragen nun, welchen Winkel wird gleich nach Beginn der Torsion das Moment  $D'$  liefern, welches nach  $\infty$  Zeit die Torsion  $\mathfrak{D}'$  erzeugt. Da zwischen Moment und erzeugtem Winkel und ebenso zwischen den Momenten am Anfange und Ende Proportionalität herrscht, so wird  $D'$  nach dem Obigen am Anfange den Winkel  $\frac{\mathfrak{D}'}{1 + c_2}$  hervorrufen. Da nun die in diesem und im vorigen Paragraphen behandelten verschiedenen Fälle im Anfange der Torsion vollkommen übereinstimmen, so gilt auch hier die für den Beginn der Torsion geltende Gleichung des vorigen Falles, nämlich Gleichung (7). Wir müssen in dieselbe nur an Stelle von  $\mathfrak{D}'$  den durch  $D'$  hervorgerufenen Winkel  $\frac{\mathfrak{D}'}{1 + c_2}$  einsetzen. Es wird dann

$$D = \frac{\mu \pi R^4}{2l} \mathfrak{D}' \quad . \quad . \quad . \quad (9).$$

Die Werthe von  $D$  und  $D'$  werden in Gleichung (6) eingeführt und liefern

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' \left\{ 1 - c_2 \left( 1 - \int_0^t \chi(t) dt \right) \right\} \quad . \quad (10).$$

Für die beiden Specialfälle

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' (1 - c_2 e^{-at}) \quad . \quad (10a)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' \left( 1 - c_2 \frac{a}{a + bt} \right) \quad . \quad (10b).$$

## §. 5.

Hieran schließt sich drittens die Aufgabe, die Gesetze der elastischen Nachwirkung aufzustellen für den Fall, daß zunächst eine variable Torsion mittelst constantem Torsionsmoment eine gewisse Zeit lang bewirkt ist, nach Verlauf welcher Zeit das Torsionsmoment aufgehoben wird, so daß der Faden nach der ursprünglichen Ruhelage zurückkehrt. Wie leicht zu übersehen ist, läßt sich dieser Fall dem in Paragraph 3 unterordnen. Wir können uns die Verhältnisse so vorstellen, daß die augenblickliche Lage des Fadens die natürliche ist unter der Wirkung der Molecularkräfte und des constanten Torsionsmomentes  $D'$ ; daß dann ein Torsionsmoment  $-D'$  ertheilt wird, welches den Faden nach einer anderen Ruhelage zieht und zwar nach der, welche unter Wirkung der Molecularkräfte allein besteht. Deshalb lassen sich die Formeln des vorigen Paragraphen hier direct anwenden.

Es sey  $\mathfrak{D}_0$  der augenblickliche Abstand von der schließlichen Ruhelage, die eintritt nur unter Wirkung der Molecularkräfte, im Beginne der Detorsionen; die Zeit werde vom Anfang der Detorsion an gezählt. Dann ist der Abstand des Fadens von dem Punkte  $\mathfrak{D}_0$  zur Zeit  $t$  nach dem Vorigen:

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_0 \left[ 1 - c_2 \left( 1 - \int_0^t \chi(t) dt \right) \right] \quad . \quad . \quad (11)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_0 (1 - c_2 e^{-at}) \quad . \quad . \quad . \quad (11a)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}_0 \left( 1 - c_2 \frac{a}{a + bt} \right) \quad . \quad . \quad . \quad (11b).$$

Für  $\mathfrak{D}_0$  haben wir den Werth aus den Formeln des vorigen Paragraphen zu nehmen. Ist die Torsionsdauer  $= \tau$ , und der schließliche Torsionswinkel  $= \mathfrak{D}'$ , so ist:

$$\mathfrak{D}_0 = \mathfrak{D}' \left[ 1 - c_2 \left( 1 - \int_0^t \chi(t) dt \right) \right] \quad . \quad . \quad (12).$$

Diesen Werth etwa in (11a) und (11b) eingesetzt, giebt für  $\mathfrak{D}$ :

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' \left\{ 1 - c_2 e^{-at} \right\} \left\{ 1 - c_2 e^{-at} \right\}. \quad (13a)$$

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{D}' \left\{ 1 - c_2 \frac{a}{a + b\tau} \right\} \left\{ 1 - c_2 \frac{a}{a + b\tau} \right\}. \quad (13b).$$

Schließlich sey noch bemerkt, daß nicht  $\mathfrak{D}$  beobachtet wird, sondern  $\mathfrak{D}_0 - \mathfrak{D}$ , so daß wir zur Vergleichung mit dem Experiment haben:

$$\mathfrak{D}_0 - \mathfrak{D} = \mathfrak{D}_0 c_2 \left( 1 - \int_0^t \chi(t) dt \right).$$

### §. 6.

Will man diese Formeln an Versuchen prüfen, so hat man zu beachten, daß wohl eine qualitative, aber nicht eine quantitative Uebereinstimmung zu erwarten ist. Die Torsion geht nicht nach den in §. 2 und §. 3 behandelten Fällen vor sich. Das untere Ende wird auf einer constanten Torsion erhalten. Dagegen erleiden die mittleren Parthien des Fadens bei den gewöhnlichen Versuchen keine constante Torsion, sondern sind im Wandern nach einer schließlichen Ruhelage begriffen. Wird die Torsion also aufgehoben, so wird sich vermuthlich im ersten Augenblicke allerdings eine gleichmäßig über den Faden verbreitete momentane Ruhelage herstellen, welche indeß abweichen wird von derjenigen, welche bewirkt worden wäre, wenn das untere Ende gleichmäßig mit den mittleren Theilen tordirt gewesen wäre. Deshalb werden die Constanten die in den obigen Formeln ausgesprochenen Bedingungen nicht ganz erfüllen können, wenn auch die Erscheinung selbst nach dem darin ausgesprochenen Gesetz verlaufen sollte.

Eine Vergleichung der Formeln mit Beobachtungen, die ich in neuerer Zeit angestellt habe, werde ich in einem nächsten Aufsatz liefern. Vorläufig bemerke ich, daß die von Kohlrausch gegebene Formel unter die

von  
sung  
ters  
gefüh  
wurd  
zwar  
des I  
faden  
die v  
durch  
sehr  
schon  
riodis

S  
merkt  
Arbei  
für e  
Interp  
Meine  
wegen  
halten  
wider  
mir z  
hat.  
der a  
die D  
pfend  
Seiten  
meint  
magne  
B

von meiner Theorie geforderten fällt. Verschiedene Messungen an einem Glasfaden, die ich im Laufe des Winters anstellte, werden sehr gut durch die zweite der angeführten Specialformen wiedergegeben. Die Versuche wurden an einem sehr dünnen Glasfaden angestellt und zwar in sehr verdünnter Luft, um die schädliche Wirkung des Luftwiderstandes möglichst zu vermeiden. Der Glasfaden zeigte eine bedeutende elastische Nachwirkung und die vortheilhafte Eigenschaft, daß sich die Schwingungen durch die inneren Molecularverhältnisse des Fadens selbst sehr rasch beruhigten, so daß bei einer Torsion von  $90^\circ$  schon nach Verlauf von 4 bis 5 Schwingungen eine aperiodische Bewegung eintrat.

Schließlich möchte ich noch einige Worte zu den Bemerkungen von Prof. Kohlrausch über eine frühere Arbeit von mir hinzufügen. Daß meine frühere Formel für elastische Nachwirkung nur den Anspruch auf eine Interpolationsformel erheben kann, gebe ich gewiß zu. Meinen Einwand gegen die Methode von Kohlrausch wegen Dämpfung der Schwingungen muß ich aufrecht halten, da ich mich überzeugt habe, daß sogar der Luftwiderstand merklichen Einfluß auf die Bewegung des von mir zuletzt benutzten allerdings sehr feinen Glasfadens hat. Dieser Einfluß kann wohl nicht in einer Dämpfung der anfänglichen Schwingungen des Fadens liegen, weil die Dämpfung der Luft sehr klein ist gegen die dämpfende Kraft des Fadens. Auf einem Mißverständniß Seitens Prof. Kohlrausch beruht es, wenn derselbe meint, ich hätte seiner Methode die Anwendung von magnetischen Directionskräften vorgeworfen.

Berlin, November 1875.

**IV. Ein Apparat, die Dauer der verzögerten Entladung durch Rotation der Funkenstrecke sichtbar zu machen; von W. Holtz.**

Der vorstehende Apparat kann durchaus keinen Anspruch darauf machen, den Wheatston'schen Spiegel in seiner von Feddersen verbesserten Form zu ersetzen, sondern höchstens denselben innerhalb gewisser Gränzen zu ergänzen. Jener Apparat ist nämlich auch für Entladungen von kürzester Dauer brauchbar, während dieser nur für solche von sehr langer Dauer zu verwerthen ist; dafür bietet er aber den Vortheil, daß die schon an sich lichtschwachen Funken solcher Entladungen durch seinen Mechanismus keine weitere Schwächung des Lichtdrucks erfahren, so daß sie ebenfalls auch ohne Verdunklung des Zimmers zu erkennen sind. Bei jenem Apparat findet nämlich eine Zerstreuung des Lichts nicht nur durch den Spiegel, sondern auch durch die das Bild auffangende halbdurchsichtige Fläche statt, und die letztere ist wieder nothwendig, wenn die Darstellung der Erscheinung eine objective d. h. gleichzeitig mehreren Beschauern zugängliche seyn soll. Auch ließe sich vielleicht gegen den genannten Apparat der Einwurf erheben, daß die ganze von der Entladung zu durchbrechende Luftstrecke während der Dauer einer solchen keine unveränderliche GröÙe bleibt, da bekanntlich, damit das Bild allemal das Auge des Beschauers trifft, außer der im Spiegel beobachteten Funkenbahn noch eine zweite an diesem selbst und mit diesem variable eingeschaltet werden muß. Diese Uebelstände fallen bei der von mir erdachten Vorrichtung fort.

Die Idee, welche dem Apparat zu Grunde liegt, ist freilich in sofern keine neue, als bereits früher die Entladungen Rühmkorff'scher Inductionsapparate in einer rotirenden Funkenstrecke beobachtet sind. Was ich darüber weiß, beschränkt sich jedoch auf eine kurze Notiz

in W  
troma  
Idee  
betref  
der In  
ihrer  
die L  
den  
löst  
die m  
äußer  
lichen  
der B  
schein  
einen  
schau  
sein  
kenst  
Gefäß  
den  
lich,  
der S  
am e  
Bild  
Auf  
festig  
Schlu  
gerich  
der V  
spitz  
zugle  
waren  
tions  
nicht  
über  
diese

1) v



in Wiedemann's Lehrbuch des Galvanismus und Elektromagnetismus, und hiernach scheint die Ausführung der Idee allerdings keine glückliche gewesen zu seyn. Die betreffende Stelle lautet<sup>1)</sup>: „Verbindet man die Enden der Inductionsrolle mit zwei Metallspitzen, welche um eine, ihrer Verbindungslinie parallele Axe rotiren, so erscheint die Lichthülle gleichfalls in der Bewegungsrichtung gegen den Funken ausgebreitet. Bei sehr schneller Rotation löst sich die Entladung in eine Reihe von Flächen auf, die mit dem Licht der Lichthülle erfüllt und an ihrem äußersten Ende von mehreren, dem ersten Funken ähnlichen, aber viel dunkleren Funken begränzt sind.“ Nach der hier beschriebenen Anordnung muß jedoch die Erscheinung nach der jedesmaligen Lage der Funkenstrecke einen verschiedenen Anblick gewähren. Denn der Beschauer muß hier eine solche Aufstellung nehmen, daß sein Auge in derjenigen Ebene liegt, in welcher die Funkenstrecke rotirt und dann wird er, abgesehen von der Gefährlichkeit solcher Stellung, die Erscheinung nur in den seltensten Fällen unverkürzt erblicken, nur dann nämlich, wenn die Entladung zufällig bei derjenigen Lage der Spitzen erfolgt, wo sie dem Auge am nächsten oder am entferntesten sind, und im letzteren Falle wird das Bild noch theilweise durch die rotirende Welle verdeckt. Auf die nähere Beschaffenheit der Spitzen und ihre Befestigung läßt sich zwar aus den angeführten Worten kein Schluß ziehen. Ich vermuthe jedoch, daß zwei gleichgerichtete Drähte an zwei von einander isolirten Punkten der Welle einseitig befestigt, und daß ihre freien zugespitzten Enden durch Umbiegen einander genähert und zugleich in eine mit der Axe parallele Lage gebracht waren. Eine derartige Anordnung ist jedoch der Rotationsgeschwindigkeit hinderlich. Denn die Drähte dürfen nicht zu dünn seyn, um den Widerstand der Luft zu überwinden; und je dicker sie sind, um so mehr wächst dieser Widerstand und die Hemmung, welche die Bewe-

1) Wiedemann, Galvanismus und Elektromagnetismus Bd. II, S. 856.

gung erfährt. Dazu kommt, daß solche Drähte nothwendig aequilibrirt werden müßten, was neben Uebelständen in der Ausführung eine neue Vermehrung des Luftwiderstandes zur Folge hätte. Endlich läßt sich gegen die Anwendung freiliegender Spitzen einwenden, daß die zwischen denselben befindliche Luftstrecke, umgekehrt einen zu geringen Widerstand findend, während der Dauer einer Entladung all zu leicht oder zu schnell wechselt, und die bereits erwärmte durch eine kältere und somit weniger leitende ersetzt wird.

Aus diesen Gründen schienen mir für die Construction des Apparates namentlich folgende Punkte beachtenswerth: 1) Die Verbindungslinie der Spitzen mußte senkrecht auf der rotirenden Axe stehen, damit der Beschauer bei geeigneter Aufstellung die Erscheinung stets unverkürzt erblicken könne. 2) Die Befestigung der Welle sowohl, wie der Spitzen war so zu wählen, daß die Erscheinung nirgend von irgend welchen Theilen verdeckt werde. Diese Punkte schienen mir von um so größerer Bedeutung, als ich bei der Verwirklichung meiner Idee mehr an die verzögerte Entladung von Leydner Flaschen, als an die Entladungen eines Inductionsapparates dachte, welche freilich schnell genug folgen, als daß man nicht recht gut einen Theil derselben vermissen könnte. Ferner hatte ich die Möglichkeit vor Augen, daß sich der Apparat seiner geringen Kosten wegen hier und da in Schulen Eingang verschaffe, und dann war es wünschenswerth, daß sich die Erscheinungen ohne Hindernisse von den verschiedensten Stellen aus erblicken ließen. 3) Damit sämtliche bewegliche Theile besser im Gleichgewicht, und zugleich der Luftwiderstand ein möglichst geringer sey, damit die Luftschicht ferner, in welcher sich die Funkenstrecke bewegt, möglichst gleichen Antheil an der Bewegung habe, schien es mir geboten, an der Welle zunächst eine isolirende Scheibe und an dieser die Spitzen sammt der nöthigen Leitung zu befestigen. Die Scheibe mußte genau rund, centrirt und überall von gleicher Dicke

sey; bestehende schmit Gleich und l geeign

Ich wie ich anfertigung stellun wissen Einige rungen

Au aus H Stände Linie beiden Köpfe Hülse senkre fest e Stück Vorri weiter Stahl lung selbst entap ein D von D Sie 250<sup>m</sup> Cent nicir Well

seyn; sie konnte aus diesem Grunde nur aus Hartgummi bestehen. Spitzen und Leitung, sich eng an die Scheibe schmiegend, mußten zugleich so leicht seyn, daß sie das Gleichgewicht derselben nicht störten. Aeußerst dünne und leichte Metallstreifen schienen hierzu am besten geeignet.

Ich will nun zunächst den Apparat so beschreiben, wie ich ihn mir durch den Mechaniker Hrn. Borchardt anfertigen ließ, und wie mir derselbe auch für die Darstellung der Erscheinungen, so lange es sich nicht um wissenschaftliche Versuche handelt, zu genügen scheint. Einige für solche Versuche vielleicht nöthigen Abänderungen sollen später eine kurze Erwähnung finden.

Auf einer schmalen, aber langgestreckten Unterlage aus Holz (Fig. 8, Taf. VII) stehen drei gleiche runde Ständer aus demselben Material. Sie stehen in einer Linie in gleichen Intervallen, der eine in der Mitte, die beiden anderen mehr an den Enden. In den halbrunden Köpfen dieser Ständer befinden sich horizontal gerichtete Hülsen aus Hartgufs, deren Axen unter sich parallel und senkrecht zur Verbindungslinie der Ständer sind. Diese fest eingesetzten Hülsen sind durch Ausbohrung massiver Stücke gewonnen, jedoch ist mittelst einer besonderen Vorrichtung der mittlere Theil der Höhlung ein wenig erweitert, damit die in den Hülsen laufenden Wellen aus Stahl die letzteren nur an den Enden berühren. Die Höhlung der Hülsen ist aber verschieden, weil die Wellen selbst eine verschiedene ihrer Rotationsgeschwindigkeit entsprechende Stärke haben, und zwar ist für die stärkste ein Durchmesser von  $10^{\text{mm}}$ , für die schwächste ein solcher von  $3^{\text{mm}}$  gewählt.

Die stärkste Welle ist diejenige des mittleren Ständers. Sie trägt an ihrem vorderen Ende ein Schnurrad von  $250^{\text{mm}}$  Durchmesser, und dieses ist mit einer  $85^{\text{mm}}$  vom Centrum abstehenden Kurbel versehen. Hiermit communicirt zunächst das vordere Schnurrad der rechts gelegenen Welle, welches einen Durchmesser von  $60^{\text{mm}}$  hat, während

das hintere Schnurrad derselben Welle dem zuerst genannten an GröÙe entspricht. Mit diesem hinteren Schnurrade communicirt nun wieder das hintere kaum 15<sup>mm</sup> große Schnurrad der links gelegenen Welle, an deren vorderen Ende die bereits erwähnte Hartgummischeibe sitzt, welche bei einem Durchmesser von 150<sup>mm</sup> eine Dicke von 1<sup>mm</sup> hat. Die Befestigung sämtlicher Scheiben — denn auch die Schnurräder sind Scheiben, die größeren aus Holz, die kleineren aus Hartgummi — wird durch kleine Fassungen aus Messing bewirkt, welche aus einem auf der Welle festsitzenden und einem auf derselben verschraubbaren Scheibchen bestehen. Die festsitzenden Stücke haben zugleich den Zweck die Lage der Welle in der Hülse zu fixiren, weshalb auch für die mittlere, der hinten das Schnurrad fehlt, an dieser Stelle ein besonderes Scheibchen nöthig ist. Damit zwischen den Endflächen der Hülßen und den dieselben berührenden Scheibchen keine zu große Reibung entstehe, sind jene verundet. Damit die Nähe der Ständer nicht hinderlich sey, die Wellen an dieser Stelle recht häufig mit einem Tropfen Oels zu versehen<sup>1)</sup>, ragen die Hülßen 7 bis 8<sup>mm</sup> aus der Holzmasse hervor. Um die Wellen zuweilen von der aus dem Oel und losgelösten Metalltheilchen sich bildenden Schmiere befreien zu können, ist es nöthig, daß die Hälfte der festsitzenden Scheibchen so befestigt ist, daß sie sich ohne Mühe abnehmen lassen.

Der Abstand der beiden äußeren Axen beträgt 520<sup>mm</sup> und hierdurch ist zugleich ihr Abstand von der mittleren Axe gegeben. Von einem größeren sah ich ab, um dem Apparat keine zu unbequeme Form zu geben; einen geringeren erlaubt das GröÙenverhältniß der Schnurräder nicht, weil die kleinen nämlich sonst zu wenig von der Schnur

1) Diefß ist nothwendig nicht nur im Interesse einer leichten Bewegung, sondern zur Erhaltung des Apparats, weil die ohne Oel laufenden Wellen sich einfressen und die hierdurch entstehenden Risse oder Reifen nicht wieder fortzubringen sind. Man nehme hierzu Oel, wie es bei Uhrmachern gebräuchlich und auch käuflich ist.

umspan  
getriebe  
noch e  
keit, c  
nicht a  
heit be  
Ruck d  
Schnur  
eintritt  
so ist  
mäßige  
länger  
die grö  
hung d  
es jede  
richtig  
Dicke,  
hier lä  
gender  
sind, u  
namen  
namen  
Kraft  
gender  
der lä  
jene i  
Größe  
Nutzen

Da  
der A  
wieder  
Ende  
man ö  
Ich w

1) Um  
sov  
den

umspannt würden, um von dieser noch mit Sicherheit getrieben zu werden. Bei dieser Erwägung jedoch fällt noch ein anderer Umstand ins Gewicht, die Unmöglichkeit, eine Schnur ohne Ende so herzustellen, daß sich nicht an einer Stelle eine größere Steifheit oder Unebenheit befände. Eine solche Stelle veranlaßt aber einen Ruck oder einen Stofs, so oft sie sich über das kleinere Schnurrad bewegt, und da dieser Fall um so häufiger eintritt, je kürzer die Schnur und je schneller sie läuft, so ist es im Interesse einer möglichst leichten und gleichmäßigen Rotation wünschenswerth, die Schnüre lieber länger als kürzer zu wählen, namentlich diejenige, welche die größere Geschwindigkeit hat. Um bei leichter Drehung eine möglichst schnelle Rotation zu gewinnen, ist es jedoch wesentlich, auch in der Dicke der Schnüre die richtige Wahl zu treffen, und in gleicher Weise, wie ihre Dicke, wirkt ihre größere oder geringere Steifigkeit. Auch hier läßt sich im Allgemeinen behaupten, daß bei genügender Festigkeit die dünneren und weicheeren die besseren sind, weil die dickeren bei ihrer continuirlichen Biegung namentlich an der Rundung der kleinen Schnurräder, und namentlich, wenn sie schnell laufen, eine viel größere Kraft absorbiren. Dem entsprechend habe ich im vorliegenden Falle der kürzeren einen Durchmesser von  $2\frac{1}{4}$ , der längeren einen solchen von nur  $1\frac{1}{2}^{\text{mm}}$  gegeben, und jene ist aus Zwirn, diese aus Seide gedreht. Diesem Größenverhältniß angemessen sind die scharfkantigen Nuten der Räder.

Da die Construction des Apparats keine Verstellung der Axen gestattet, um die schlaff gewordenen Schnüre wieder straff zu machen <sup>1)</sup>, so sind die Schnüre ohne Ende durch sogenannte Schlöfchen geschlossen, welche man öffnen muß, um jene durch Drelliren zu verkürzen. Ich würde solche Einrichtung aber auch in jedem anderen

1) Um die eine Schnur unabhängig von der andern zu spannen, müßte sowohl die mittlere, als die links gelegene Axe verstellbar seyn, was den Apparat nicht unwesentlich vertheuern würde.

Falle getroffen haben, da keine andere Vereinigung der Schnurenden so haltbar, so biegsam und zugleich so wenig uneben ist. Schlösschen, welche diesen Bedingungen entsprechen, müssen aber vorzugsweise kurz und dünnwandig, und besonders sorgfältig befestigt seyn<sup>1)</sup>. Sollte sich die Schnur im Laufe der Zeit so verlängern, daß ein Drelliren allein zu ihrer Verkürzung nicht mehr genügt, so muß sie auf andere Weise verkürzt und das abgetrennte Röhrchen wieder aufgekittet werden. Uebrigens empfiehlt es sich jene nur während des Gebrauchs gespannt zu lassen, und eine durch feuchte Luft bewirkte allzu straffe Spannung durch Rückwärtsdrelliren zu mäßigen.

Ich komme nun zur Besprechung der die Entladung vermittelnden Stücke, welche lediglich an dem linken

- 1) Da auch in anderen physikalischen Apparaten eine Rotationsbewegung mittelst Schnüre gebräuchlich ist, so möchte ich mir erlauben, über die fraglichen Punkte einige Anweisungen zu geben. Ein Schlösschen besteht bekanntlich aus zwei getrennten Stahlröhrchen, von denen die eine in einen Haken, die andere in eine Oese endigt. Zum Einschrauben der Schnur haben beide ein inneres Gewinde. Nun sind aber die im Handel käuflichen Stücke viel zu lang und viel zu dickwandig, als daß die Schnur an der betreffenden Stelle hinreichend eben und biegsam wäre. Um das zu erreichen, dürfen die Röhrchen kaum länger seyn, als sie weit sind, und die Wandung muß so dünn seyn, daß sich eine Schnur von demselben äußeren Umfange hineinpressen läßt. Um das Letztere zu erleichtern und zugleich eine haltbare Vereinigung zu gewinnen, verfährt man folgendermaassen. Man erwärmt das vorher ein wenig aufgedrehte Schnurende über einer Flamme und trinkt es mit Siegelack, dreht es fest wieder zusammen, läßt es erkalten und spitzt es mit einer Feile ein wenig zu. Hierauf faßt man das Stahlröhrchen mit einer Zange, erwärmt es gleichfalls, aber vorsichtig, damit Oese oder Haken, welche gehärtet sind, nicht weich werden, und sucht nun die Schnur unter continuirlicher schwacher Erwärmung mittelst Drehen und Pressen hinein zu treiben. Dies wird so lange fortgesetzt, bis das vorderste Ende 1 bis 2<sup>mm</sup> aus der Oeffnung hervorsieht, worauf man dasselbe breit drückt und so erkalten läßt. Die Operation ist ziemlich mühsam; allein bei guter Ausführung pflegen Schlösschen auch Jahre lang auf den Schnüren zu haften.

Ständer angebracht sind. Um ihre Anordnung zu vereinfachen, mag es zweckmäßiger seyn, den letzteren ganz aus Hartgummi bestehen zu lassen. Im vorliegenden Falle besteht er, wie gesagt, aus Holz, und dies macht nöthig, folgende Theile (Fig. 9, Taf. VII) durch Hartgummiröhren von demselben zu isoliren: 1) Die Metallhülse, in welcher die Stahlwelle rotirt; 2) eine hiermit parallele und tiefer gelegene Metallhülse, in welcher ein dickerer Draht verschiebbar, und mittelst einer am hintern Ende der Hülse sitzenden Kugelklemmschraube festzustellen ist; 3) noch eine hiermit parallele und noch tiefer gelegene Metallhülse, in welcher sich ein ähnlicher Draht auf ähnliche Weise verschieben und befestigen läßt. Die beiden Drähte haben hinter den Hülsen Querlöcher und Klemmschrauben, um die mit der Batterie oder den Polen der Elektrizitätsquelle communicirenden Leitungen aufzunehmen. Der höher gelegene Draht führt die Elektrizität direct auf die Hartgummischeibe, zu welchem Zweck er vorne in eine Spitze endigt, welche jener möglichst nahe steht, ohne sie jedoch zu berühren. Der untere führt die Elektrizität zunächst auf die Welle und ist nur deshalb nöthig, weil man an dieser keine Klemmschraube anbringen kann, und es, um ihre Glätte zu erhalten, auch nicht rathsam ist, Entladungen von der Hülse auf sie übergehen zu lassen. Damit dieser Draht mit der Welle, ohne ihre Bewegung zu hemmen, in leitender Verbindung sey, ist sein hinteres Ende, das Stück nämlich jenseits der Klemmschraube, in einem größeren Bogen bis in die Verlängerung der Welle geführt, und ihr in einer feinen Spitze ohne directe Berührung möglichst nahe gebracht. Den Functionen der Drähte entsprechend, ragt die obere Metallhülse mit beiden, die untere nur mit dem hinteren Ende aus dem Ständer hervor. Aehnlich verhalten sich die isolirenden Hartgummiröhren, von denen die untere natürlich an ihrem verdeckten Ende geschlossen ist. Der hervorsehende Theil dieser Röhren beträgt 6, ihre Wandstärke  $4^{\text{mm}}$ , und dies genügt, um erwünschten Falls für



die Beobachtung eine Funkenstrecke von 25<sup>mm</sup> zu gewinnen.

Verfolgen wir die Leitung auf der Hartgummischeibe selbst, so finden wir zunächst auf der abgewandten Fläche, dort, wo sie von der Drahtspitze bestrichen wird, einen Kranz von Stanniol. Von diesem läuft in radialer Richtung ein Streifen desselben Metalls bis an den Rand der Scheibe und, über diesen tretend, auf der vorderen Fläche in umgekehrter Richtung bis zur Welle hin. Der vordere, sichtbare Theil der Leitung ist aber in der Nähe der Peripherie unterbrochen, und diese Unterbrechung ist es, welche wir als Funkenstrecke beobachten. Die Stanniolstreifen sind aus der dicksten, käuflichen Sorte geschnitten und haben eine Breite von 5 bis 8<sup>mm</sup>. Um sie fester an der Gummimasse haftend zu machen, wurde zum Aufkleben starker Leim verwandt, dem nach Borchardt's Angabe ein wenig Venetianischer Terpentin zugesetzt war. Auch eine später hinzugefügte Lackschicht vergrößert die Haltbarkeit der Streifen, hat aber Uebelstände, wenn man an der Leitung eine Veränderung vornehmen will. Die Unterbrechung wird durch vier kreuzweise geführte Messerschnitte gewonnen, wodurch die Enden der Streifen zugleich die Form einer Spitze erhalten. Hat man eine hohe Spannung zur Verfügung wie z. B. bei gut eingerichteten Leydner Flaschen und handelt es sich nur darum, die Verzögerung der Entladung möglichst sichtbar zu machen, so habe ich eine größere Unterbrechung für günstiger, als eine kleinere gefunden, am günstigsten etwa eine solche von 5 bis 8<sup>mm</sup>. Auch schien mir die Erscheinung wohl dadurch an Deutlichkeit zu gewinnen, daß ich an Stelle einer größeren Unterbrechung eine Reihe kleinerer wählte. Der Grund mag wohl in beiden Fällen die größere Lichtentwicklung seyn. Die einmal gewählte Funkenstrecke ist jedoch keine bleibende, weil die Stanniolspitzen leicht unter dem Einfluß der Entladungen schmelzen. Dies trifft namentlich beim Gebrauch des Inductionsapparates, weniger bei der verzögerten Batterie-

entladun  
gen viel  
auch b  
zu wäh  
größert  
die Sch  
ersetzen  
Soll  
mittelst  
so brau  
beiden  
thut m  
die Pol  
bereits  
nur ku  
zu beo  
und mi  
weite v  
digkeit  
benum  
bild in  
auf ei  
schiene  
kraft u  
tations  
sten in  
gedeh  
aber n  
ähnlic  
aus h  
daran  
dieser  
des S  
schob  
ersche  
eines  
Licht



entladung ein, vermuthlich, weil bei jenem die Entladungen viel schnellerauf einander folgen. Darum ist es dort auch besser, die Funkenstrecke von vornherein kleiner zu wählen, weil sie sich schnell genug von selber vergrößert. Uebrigens lassen sich die Spitzen, zumal, wenn die Scheibe nicht lackirt ist, eben so schnell durch neue ersetzen, als sie verschwinden.

Sollen nun die Entladungen eines Inductionsapparates mittelst der beschriebenen Vorrichtung geprüft werden, so braucht man nur die Pole desselben direct mit den beiden oben erwähnten Klemmschrauben zu verbinden, doch thut man gut zur besseren Erhaltung der Stanniolspitzen die Pole so lange geschlossen zu lassen, bis die Scheibe bereits die nöthige Rotationsgeschwindigkeit hat. Ich hatte nur kurze Zeit Gelegenheit die Endladungen eines solchen zu beobachten, welcher von drei Platinelementen getrieben, und mit einem Quecksilberinterruptor versehen, eine Schlagweite von 5 bis 8<sup>mm</sup> hatte. Bei einer Rotationsgeschwindigkeit von etwa drei Kurbelumdrehungen oder 200 Scheibenumdrehungen in der Secunde löste sich das Funkenbild in eine große Menge einzelner Funken auf, welche auf ein Bogenstück von 25 bis 30<sup>mm</sup> Länge vertheilt schienen. Diese Funken hatten eine verschiedene Leuchtkraft und auch eine verschiedene Ausdehnung in der Rotationsrichtung. Der erste war am hellsten und am meisten in die Länge gezogen; etwas weniger hell und ausgedehnt waren die nächsten drei oder vier; alle übrigen aber nur schwach leuchtend und mehr Punkten als Strichen ähnlich. Aber auch die hellen Funken schienen mehr aus hell leuchtenden Punkten und einer sich unmittelbar daran schließenden dunkleren Hülle zu bestehen, und von dieser Hülle gingen in radialer Richtung, also in derjenigen des Stanniolstreifens, aber im Sinne der Rotation verschoben, ähnlich gefärbte, eigenthümlich geformte Lichterscheinungen aus, welche dem Funkenbilde das Aussehen eines mehrfach gefiederten Pfeiles verliehen. Da sich diese Lichtbildung ziemlich gleich weit sowohl nach dem Centrum,

als nach der Peripherie erstreckte, so konnte sie weder eine Folge der Centrifugalkraft seyn, noch konnte dieselbe einen wesentlichen Einfluß darauf haben; dagegen ließe sich vermuthen, daß die durch den Funken erhitzte Luft, oder das in Dampf verwandelte Metall durch elektrischen Einfluß zugleich in der Richtung der Funkenstrecke fortgetrieben würde. Nach der Dauer der Einzelentladungen schien die Dauer der Intermittenzen geregelt; denn dem ersten Funken folgten größere, dem letzteren kleinere dunkle Zwischenräume. So war wenigstens die Erscheinung bei einer Funkenstrecke von 1 bis 2<sup>mm</sup> Länge. In dem Maaße jedoch, wie sich diese durch Abschmelzen der Spitzen vergrößerte, verschwand die ganze Zahl der kleineren Einzelentladungen immer mehr, so daß man zuletzt nur noch die 3 bis 4 ersten Funken bemerkte, bis auch diese endlich bei zunehmendem Widerstande verschwanden. Hiermit zeigte sich also deutlich, was auch sonst wohl schon bekannt ist, daß die elektrische Spannung der Einzelentladungen in der Reihenfolge, wie sie der Zeit nach hintereinander entstehen, eine schwächere wird. Ueberraschend jedoch war es für mich, daß schon bei einer viel kleineren Schlagweite fast alle Einzelentladungen, bis auf eine oder wenige verschwanden, als ich die Eisendrähte aus der Hauptspirale zog. Aus dem Gesagten läßt sich wohl schließen, daß die Ausdehnung der Erscheinung im Allgemeinen mit dem inneren Widerstande des Inductionsapparates, d. h. mit der Länge und Feinheit der Nebenspirale, die Zahl der Einzelentladungen dagegen mehr mit der Zahl der Eisendrähte wächst. Beides nimmt jedoch mit zunehmender Größe der Funkenstrecke ab.

Sollen die verzögerten Entladungen von Leydner Flaschen beobachtet werden, und will man sich zur Ladung derselben einer Influenzmaschine bedienen, so stellt man den Apparat am besten vor derselben auf, um so gleichzeitig beide Kurbeln in Bewegung setzen zu können. Die Pole der Flaschen oder der Batterie werden mit denen

der M  
eylind  
Entla  
die Sc  
ken v  
Verzö  
wenig  
Steht  
Verfü  
äußer  
und e  
ordnu  
nur b  
mache  
tionsa  
oder  
nicht  
Schlie  
haben  
eylin  
ziren  
Entla  
wach  
den S  
welch  
Klar  
verm  
sich  
verru  
sche  
so d  
lang  
tricit  
chen  
gen,  
ladu  
gerin

der Maschine verbunden, die Klemmschrauben der Schiebeylinder mit denen des Apparates (Fig. 10, Taf. VII); die Entladungsstangen werden entsprechend ausgezogen und die Schiebeylinder soweit hinaufgeschoben, daß die Funken von jenen auf diese überschlagen können. Um die Verzögerung zu gewinnen, müssen sehr lange und nur wenig feuchte Schnüre entsprechend eingeschaltet werden. Steht eine Doppelflasche oder eine Doppelbatterie zur Verfügung, so geschieht dies am besten zwischen den äußeren Belegungen, sonst zwischen einem Schiebeylinder und einer Klemmschraube des Apparats. Bei solcher Anordnung stellt sich nun ein Uebelstand ein, welcher sich nur bei einer allmählichen Ansammlung der Ladung geltend machen kann und daher bei der Anwendung des Inductionsapparates fortfällt, ich meine die Vorentladungen, oder soll ich sie lieber Vorladungen nennen, welche sich nicht auf die Flaschen, sondern nur auf einen Theil des Schließungsbogens erstrecken, und darin ihren Grund haben, daß die Enden dieses Theils — hier die Schiebeylinder — während der Dauer der Ladung der influenzirenden Wirkung anderer elektrischen Theile — hier der Entladungsstangen — ausgesetzt sind. Diese mit der wachsenden Ladung zunehmende Wirkung erzeugt zwischen den Spitzen der Stanniolstreifen fortwährend kleine Funken, welche die Aufmerksamkeit des Auges stören und die Klarheit der Hapterscheinung beeinträchtigen. Ganz zu vermeiden sind solche Vorladungen nicht, aber sie lassen sich beschränken dadurch, daß man die Spitzen etwas verrundet, oder die Funkenstrecke vergrößert, oder zwischen den Schiebeylindern eine halbleitende Brücke bildet, so daß diese wohl zur Ueberführung einer schwachen oder langsamen, aber nicht einer starken und plötzlichen Electricitätsbewegung genügt. Bei der ganzen bisher besprochenen Anordnung ist von der Voraussetzung ausgegangen, daß die Entladung der Flaschen in einer Selbstentladung erfolgen soll, wobei zugleich die größere oder geringere Ladung sehr einfach durch Verschiebung der

Cylinder geregelt wird; und diese Anordnung scheint mir in der That der einzige Weg, wenn Jemand ohne Hülfe Anderer die Erscheinungen beobachten will. Soll die Batterie geladen und in einem besonderen Act entladen werden, so bedient man sich hierzu am besten des Riefs'schen Interruptors<sup>1)</sup>, wozu jedoch eine dritte Hand zur Verfügung seyn muß. Auf die nähere Art und Weise der Einschaltung gehe ich hier nicht weiter ein. Die störenden Vorladungen werden so freilich leichter vermieden; und die Methode ist nothwendig, wenn es sich um genaue Versuche handelt. Eine größere Ausdehnung der Erscheinung wird natürlich mit derselben nicht erreicht. So ausgedehnt und zugleich so deutlich, als unter Benutzung des Inductionsapparates, konnte ich das Funkenbild überhaupt bisher mit Leydner Flaschen nicht erhalten. Freilich tritt schon bei einer Rotationsgeschwindigkeit von 100 Umdrehungen in der Secunde bei einer größeren Doppelflasche und dem nöthigen Widerstande eine merkliche Ausdehnung der Erscheinung ein, und je mehr man die Geschwindigkeit beschleunigt, oder die geladene Oberfläche und den Widerstand vergrößert, um so deutlicher treten bei der gleichzeitigen Verlängerung des Bildes die Einzelentladungen sammt ihren Intermissionen hervor; aber, liegt es an der Veränderlichkeit und Ungleichartigkeit feuchter Widerstände, liegt es daran, daß bei Batterieentladungen neben der beobachteten Funkenstrecke noch eine zweite nothwendig ist, welche, mag sie auch eine unveränderliche GröÙe haben, doch in verschiedenen Fällen einen verschiedenen Widerstand bieten kann — das Funkenbild der einen stimmt selten mit dem Funkenbilde der anderen überein; in keinem Falle ist es so charakteristisch, wie bei den Entladungen des Inductionsapparates. Mit aus diesem Grunde habe ich vorläufig von messenden Versuchen über den Einfluß der Quantität, der Dichtigkeit und des Widerstandes abgesehen. Bei einem Vergleich der Funkenbilder, wie sie das eine Mal durch den Induc-

1) Sitzungsbericht der Berliner Akademie vom 16. März 1874.

tionsap  
Leydn  
fällt b  
lichen  
Si  
Schlei  
macht  
man d  
Um il  
herer  
nicht  
Entfer  
jener  
wodur  
ren R  
von 2  
Bewe  
rung  
Auge  
vergr  
ner w  
zeitig  
Sollte  
haben  
ersch  
niolke  
imme  
der D  
darauf  
Entla  
Schla  
entla  
W  
durch  
diese  
rend  
fluß

Pog

tionsapparat (Fig. 11, Taf. VII), das andere Mal durch Leydner Flaschen (Fig. 12, Taf. VII) gewonnen werden, fällt bei letzteren am meisten das Fehlen jener eigenthümlichen pfeilartigen Lichtbildung in die Augen.

Sind die Dimensionen auch so gewählt, daß sich ein Schleifen der Schnüre im Allgemeinen weniger geltend macht, so findet doch dieser Uebelstand, zumal, wenn man die Geschwindigkeit schnell vergrößert, zuweilen statt. Um ihn mehr und mehr zu beseitigen, genügt nach früherer Auseinandersetzung die Vergrößerung der Räder nicht allein, sondern sie müßten gleichzeitig eine größere Entfernung von einander haben. Absolut vermieden würde jener Uebelstand nur durch die Anwendung von Zahnrädern, wodurch sich der Apparat zugleich auf einen viel kleineren Raum zusammendrängen ließe. Aber die Anwendung von Zahnrädern ist kostspielig, veranlaßt eine unruhige Bewegung und daneben viel Geräusch. Eine Vergrößerung der Hartgummischeibe, um das Funkenbild für das Auge zu verlängern, scheint mir mit Rücksicht auf den vergrößerten Luftwiderstand nicht statthaft. Angemessener wäre eine Verkleinerung jener Scheibe und eine gleichzeitige Beobachtung mittelst eines passenden Fernrohrs. Sollte eine derartige Beobachtung jedoch zur Bedingung haben, daß das Bild immer an derselben Stelle im Raum erschiene — was sehr einfach durch Fortlassung des Stanniolkranzes zu bewirken wäre, weil die Entladung dann immer nur erfolgen kann, wenn der Stanniolstreifen mit der Drahtspitze zusammentrifft — so scheint es mir besser, darauf zu verzichten, weil man in Folge der während der Entladung eintretenden successiven Vergrößerung der Schlagweite nothwendig einen großen Theil von Einzelentladungen einbüßen müßte.

Wir haben gesehen, daß sich die Schlagweite auch durch Abschmelzen der Spitzen allmählig vergrößert, aber diese Veränderung ist zu unbedeutend, als daß sie während der Dauer einer Entladung von irgend welchem Einfluß wäre. Immerhin ist sie im Verlaufe einer längeren

Versuchsreihe störend, und es wäre zu wünschen, daß sie sich beseitigen liefse. Für diesen Zweck schlage ich vor, der Hartgummischeibe eine Dicke von 3<sup>mm</sup> zu geben, und die ganze Leitung aus eingelegtem Aluminiumdraht bestehen zu lassen. Wo sich die Unterbrechung befindet — und des Gleichgewichts halber auch in 180° Entfernung — wäre die Scheibe mit einer entsprechenden Oeffnung zu versehen, und sollte der Einfluß der Luftbewegung alsdann auf ein Minimum reducirt werden, so wären die im Innern der Oeffnung liegenden Spitzen durch zwei, beide Seiten der Oeffnung verschließende, Glimmerscheibchen zu schützen. Dieser Verschluss jedoch dürfte kein vollkommener seyn, um der Luft bei ihrer plötzlichen Erwärmung und Ausdehnung einen Ausweg zu gestatten. Die Befestigung der Leitung würde theilweise durch Schraubchen, theilweise durch radiale Durchbohrung der Scheibe zu bewirken seyn. Die beim Einlegen der Leitung etwa entstehenden Lücken wären sorgfältig mit einer Mischung aus Schellack und Venetianischem Terpentin zu füllen; und da sich die Scheibe ohne Zweifel bei der ganzen Bearbeitung verziehen würde, so würde sie nach derselben mit Hülfe heißer und langsam erkaltender eiserner Planscheiben aufs Neue zu richten seyn. Das letztere Verfahren ist übrigens auch bei andern Hartgummischeiben, wenn sie genau laufen sollen, häufig nöthig, weil die käuflichen Platten selten gerade sind.

Zum Schluss erlaube ich mir darauf aufmerksam zu machen, daß ein Rotationsapparat, wie ich ihn im Vorigen beschrieben, auch bei anderweitigen bekannten Versuchen auf dem Gebiete der Mechanik, des Lichts und der Elektricität mit unbedeutenden Veränderungen seine Anwendung finden kann.

V.

In der  
östlich  
eingew  
than h

Als  
von G  
kline  
von v  
Das v

Die  
axe o  
bildet  
ten Ty  
Krysta  
so da  
halten

Di  
ches I  
stallgr

Di  
ist ver  
ersten

- 1) Ein
- die
- 2) Ze
- 3) G.
- S.

## V. Studien aus dem mineralogischen Museum der Universität Kiel;

(Erste Fortsetzung; siehe Bd. 156, S. 554 <sup>1)</sup>).

### 5. Beiträge zur Kenntniss des Gypses; von Dr. Paul Klien.

#### a) Gypskrystalle von Sütel.

In dem miocänen Thon von Sütel im Land Oldenburg im östlichen Holstein finden sich reichlich Gypskrystalle eingewachsen, deren zuerst Meyen <sup>2)</sup> Erwähnung gethan hat.

Als Grundform des Gypses ist im Nachstehenden das von G. Rose und A. Sadebeck <sup>3)</sup> angenommene monokline Octaëder  $l = (a : b : c)$  und  $n = (a' : b : c)$  gewählt, von welchem jedoch gewöhnlich nur  $l$  ausgebildet ist. Das verticale Prisma  $f = (a : b : \infty c)$  fehlt nie.

Die Krystalle sind häufig in der Richtung der Hauptaxe oder der geneigten Nebenaxe  $a$  prismatisch ausgebildet, wodurch zwei Typen bezeichnet sind. Einen dritten Typus bilden in der Richtung der Hauptaxe verkürzte Krystalle, deren schiefe Prismen abgerundet erscheinen, so daß die Krystalle ein linsenförmiges Aussehen erhalten.

Die Krystalle dieses Vorkommens bieten ein zweifaches Interesse dar, einmal durch die eigenthümlichen Krystallgruppen und dann durch die Einschlüsse.

#### 1. Krystallgruppen.

Die Zahl der zu einer Gruppe vereinigten Individuen ist verschieden. Ihre Form schließt sich bald mehr dem ersten, bald mehr dem zweiten Typus an, zuweilen steht

1) Eine Berichtigung zu der ersten Abhandlung findet sich am Schlusse dieses Hefts.

2) Zeitschrift d. deutsch. geolog. Gesellsch. Bd. XXVI.

3) G. Rose's Elemente der Krystallographie, herausgegeben von A. Sadebeck, Berlin 1873.



sie auch zwischen beiden Typen gerade in der Mitte, indem die Flächen des verticalen und schiefen Prismas in gleicher oder doch nahezu gleicher Gröfse ausgebildet sind.

Die Gruppierung erscheint mitunter so regelmäfsig, dafs man geneigt ist an Zwillingbildungen zu denken, besonders wenn nur zwei Individuen mit einander verbunden sind.

Vergleicht man jedoch die *gegenseitige Stellung* der Individuen in verschiedenen Gruppen oder verschiedener Individuen in einer Gruppe, so erkennt man leicht, dafs diese eine äufserst mannigfaltige ist, welche sich nicht auf einfache krystallographische Gesetze, dafs heifst auf eine Zwillingssaxe beziehen läfst. Unter den verschiedenen Stellungen, welche an Zwillingstellung erinnern, ist eine ausgezeichnet, derzufolge zwei Flächen des vorderen schiefen Prismas in eine Ebene zu fallen scheinen und senkrecht auf dieser die Verwachsung stattfindet. Eine genauere Untersuchung zeigt jedoch, dafs die betreffenden Flächen nicht genau zusammenfallen. Von den verschiedenen Individuen einer Gruppe herrscht meist eines, welches man als Träger der Gruppe bezeichnen kann, durch seine Gröfse vor. Stellt man dasselbe vertical, so strahlen die übrigen Krystalle von einem Punkte im Inneren, welcher dem Mittelpunkt des Trägers der Gruppe mehr oder weniger nahe kommt, nach verschiedenen Richtungen aus, und die einzelnen Individuen setzen sich meist auch jenseits des Trägers fort, so dafs sie sich unter einander und mit dem Träger durchkreuzen. Die Flächen der jenseitigen Fortsetzungen fallen nicht immer genau mit den diesseitigen Flächen zusammen, zuweilen sind sie nicht einmal parallel, sondern nur hypoparallel.

Die Individuen können aus allen Krystallflächen des Trägers herausragen, besonders aus der Längsfläche ( $P$ ), demnächst aus den Prismenflächen  $f$ , nur selten aus denen des schiefen Prismas  $l$ .

Der *Zusammenhang* der einzelnen Individuen unterein-

ander  
diesell  
nen In  
diesell  
einer  
in der  
Taf. V  
Vertie  
begrän  
Theil  
Gewöl  
welche  
ser, w  
den F  
ist bei  
stimm  
denen

De  
mer d  
d. h.  
stellun  
und g  
man s  
die a  
kann.  
kann

W  
geben  
sind,  
Bewe  
da zw  
flächen  
darauf  
zu ei  
Fortb  
nicht



ander ist ein sehr lockerer, so daß man mit Leichtigkeit dieselben von einander trennen kann. Löst man die kleinen Individuen von dem Träger ab, so sieht man, daß dieselben keilförmig eingeschaltet sind, sie endigen mit einer treppenförmigen Pyramide, welcher eine Vertiefung in dem Träger der Gruppen genau entspricht (Fig. 1, Taf. VII). Diese Pyramide, so wie die ihr entsprechende Vertiefung ist von zahlreichen intermittirenden Flächen begränzt, zum Theil Krystallflächen entsprechend, zum Theil Flächen ohne sicheres krystallographisches Zeichen. Gewöhnlich erscheinen die sämtlichen Krystallflächen, welche an der Basis der Pyramide liegen, auch auf dieser, was man daran erkennt, daß viele der intermittirenden Flächen mit den Krystallflächen einspiegeln, dasselbe ist bei der Vertiefung der Fall. Die Flächen mit unbestimmtem krystallographischen Zeichen intermittiren mit denen, welche Krystallflächen entsprechen.

Derartige unbestimmte Krystallflächen bilden sich immer dann aus, wenn zwei verschiedene gestellte Krystalle, d. h. zwei nicht parallele oder zwei nicht in Zwillingstellung befindliche, während ihrer Bildung sich stören und gewissermaßen denselben Raum beanspruchen, was man sehr häufig bei natürlichen Krystallen und solchen, die auf künstlichem Wege dargestellt sind, beobachten kann. Die dadurch zur Erscheinung kommenden Flächen kann man passend als *Druckflächen* bezeichnen.

Wenn sich schon aus der Stellung der Individuen ergeben hat, daß die Gruppierungen nur Pseudozwillinge sind, so liefern die Druckflächen den krystallostrukturellen Beweis, daß man es nicht mit Zwillingen zu thun hat, da zwillingsartig verbundene Individuen sich nie mit Druckflächen begränzen. Dies erklärt sich theoretisch schon daraus, daß die Individuen eines Zwillinges gewissermaßen zu einem Doppelindividuum geeinigt sind und bei der Fortbildung einem gleichen Gesetze unterworfen, also nicht in Kampf um Raum treten.

## 2. Einschlüsse.

Die *Einschlüsse* der Krystalle bestehen größtentheils aus rostbrauner Substanz, zu der sich noch eine schwärzliche hinzugesellt. Die rostbraune Substanz ist in Salzsäure leicht löslich und erweist sich der Hauptmasse nach als Eisenoxydhydrat. Die schwärzlichen Partikelchen scheinen organischen Ursprungs zu seyn, da sie durch Erhitzen verschwinden und durch Salpetersäure entfärbt werden. Unter dem Mikroskop zeigen weder die braunen noch die schwarzen Partikelchen eine bestimmte Begrenzung, welche sich auf Krystallflächen zurückführen ließe; die ersteren erscheinen als Flöckchen in ähnlicher Weise, wie frisch gefülltes Eisenoxydhydrat, die schwarzen wie fein eingestreuter Staub. Von organischer Structur (Zellen) liefs sich nie etwas erkennen. Bei Gypskrystallen von anderen Fundorten wird die Färbung durch eingelagerte krystallinische Massen hervorgerufen, so z. B. bei dem roth gefärbten von Lübthen in Mecklenburg durch hexagonale Täfelchen von Eisenglanz.

Die *Art der Vertheilung* in den Krystallen ist folgende. Die Substanz ist zunächst parallel den verschiedenen Krystallflächen eingelagert; auf diese Weise erscheint im Innern der Krystalle ein von der färbenden Substanz umhüllter Kern (Fig. 2, Taf. VII). Diese Erscheinung kann sich an demselben Krystall wiederholen, so daß im Innern desselben mehrere von der Substanz gebildete parallele Zonen auftreten. Zwischen Kern und Umhüllung ist die färbende Substanz nicht gleichmäfsig, sondern nach bestimmten Richtungen vertheilt. Diese Richtungen sind bestimmt durch Linien, welche die entsprechenden Combinationsecken des verticalen und vorderen schiefen Prismas von Kern und Umhüllung mit einander verbinden und zwar in der Weise, daß die Verbindungslinien der spitzen Ecken vorherrschen und in der Nähe des Kerns mehr färbende Substanz eingeschlossen ist, als nach außen. In Folge dessen gehen von den oben beschriebenen Ecken des Kerns nach den Ecken der Umhüllung braune Streifen

aus, w  
in der  
noch  
ausfen  
and a  
Taf. V

Die  
ihre L  
dem V  
Kern  
Verhät  
und d  
so ent  
Kanten  
in Be  
seyn,  
oder z  
der U  
nen d  
gerade  
Linie  
in den

De  
wie b  
weder  
oder  
sind.

Di  
daran  
häuft  
darauf  
Attrac  
desto  
gleich  
stanz  
Kryst  
vor s

aus, welche sich nach außen mehr und mehr verjüngen, in der Nähe des Kerns am stärksten sind. Ferner kann noch der Fall eintreten, daß die Streifen sich nicht nach außen verjüngen, sondern in mehrere Streifen vertheilen und auf diese Weise büschelförmig endigen (Fig. 3, Taf. VII).

Die Streifen haben keinen krystallographischen Werth, ihre Lage in Bezug auf den Krystall hängt lediglich von dem Verhältniß des Kernes zur Umhüllung ab. Sind Kern und Umhüllung gleich ausgebildet, d. h. ist das Verhältniß der Länge der Kanten des verticalen Prismas und des vorderen schiefen Prismas bei beiden dasselbe, so entsprechen sie genau den Diagonalen des durch die Kanten gebildeten Parallelogramms. Die Lage der Streifen in Bezug auf die *b*- und *c*-Axe wird nun verschieden seyn, je nachdem die Krystalle mehr nach dem ersten oder zweiten Typus ausgebildet sind. Ist die Ausbildung der Umhüllung eine andere, als die des Kernes, so können die Streifen beiderseits vom Kern nicht mehr in eine gerade Linie fallen. Die Abweichung von der geraden Linie wird desto größer seyn, je größer die Abweichung in der Ausbildung von Kern und Umhüllung ist.

*Deutung der Einschlüsse.* Die Einschlüsse beim Gyps wie bei den Krystallen überhaupt sind zweierlei Art, entweder solche, die bei der Bildung umschlossen wurden, oder solche, welche die Folge späterer Einwirkungen sind.

Die *ursprünglichen Einschlüsse* kann man beim Gyps daran erkennen, daß sie an den Kanten eines Kerns angehäuft sind, wobei die größere Concentration an den Ecken darauf hinweist, daß an diesen das Maximum der polaren Attraction stattgefunden hat. Je kleiner der Krystall war, desto geringer war die Anziehung, welche er auf die gleichartigen Molecüle ausübte, so daß sich fremde Substanz in größerer Menge anlegen konnte. Je größer die Krystalle wurden, desto rascher ging seine Vergrößerung vor sich, desto weniger konnte sich fremde Substanz an-

setzen. Mit der Vergrößerung der Krystalle hängt zusammen, daß sich die Subindividuen (Molecüle) nicht an allen Stellen gleichmäÙig absetzen, sondern vornehmlich an den Ecken, so daß die fremde Substanz mehr und mehr seitlich gedrängt und auf diese Weise in Form von Büscheln eingeschlossen wurde.

Die *späteren Einschlüsse* beim Gyps liegen immer auf Spalten, welche nach den verschiedenen Spaltungsrichtungen verlaufen. Ihre Anordnung entspricht also nicht den Umrissen des Krystalls, woran man sie von den regelmäßigen Einschlüssen unterscheiden kann. Bei Lüthten in Mecklenburg und Lüneburg finden sich rothgefärbte Gypse, bei denen die schon oben erwähnten Eisenglanztäfelchen vornehmlich parallel der Hauptspaltingsfläche eingelagert sind. Man kann daran deutlich erkennen, wie die Täfelchen sich von einem Punkte aus vertheilen.

#### b) Krystallotektonik des Gypses.

Die regelmäßige Anordnung der Einschlüsse in den Gypskrystallen gewährt einen Einblick in die Art des Aufbaues der Gypskrystalle. Dies bestimmte mich die Krystallotektonik des Gypses überhaupt zu untersuchen.

Nach den von A. Sadebeck in der Abhandlung „Ueber die Krystallisation des Bleiglanzes“<sup>1)</sup> aufgestellten Grundzügen der Krystallotektonik, welche dann in der „Angewandten Krystallographie“<sup>2)</sup> weiterausgeführt wurden, handelt es sich zunächst darum, die Gestalt der Subindividuen zu bestimmen. Zu diesem Zwecke stellte ich *Aetzfiguren* und zwar in folgender Weise dar<sup>2)</sup>.

Als Aetzmittel wurde Kaliumcarbonat verwendet, doch kann man mit gleichem Nutzen Natriumcarbonat, oder Salzsäure gebrauchen, nur muß letztere etwas länger darauf einwirken. Dabei hat man jedoch den Vortheil, daß nicht einzelne Stellen durch Bildung von Calciumcarbonat

1) Zeitschr. d. Deutsch. geol. Ges. Bd. XXVI, S. 617.

2) A. Sadebeck, Angewandte Krystallographie, II. Theil von G. Rose und A. Sadebeck's Elementen, Berlin 1876.

eine Trübung erleiden, die bei sehr feinen Rissen oft erst nach längerem Liegen in verdünnter Säure entfernt werden kann. Baumhauer<sup>1)</sup> erwärmte Spaltungsstücke des Gypses einige Augenblicke in concentrirter Kalilauge und entfernte die dadurch entstandene Kalkkruste vermittelst Eintauchens in Salzsäure.

Am schönsten treten die Aetzfiguren auf der Längsfläche hervor. Schwach angeätzt erscheint dieselbe bei einer 70fachen Vergrößerung parquetirt (Fig. 4, Taf. VII), wie man dies zuweilen an der natürlichen Längsfläche beobachten kann. Diese Zeichnung wird durch Rhomboide hervorgerufen, deren Seiten den Kanten der Längsfläche mit dem verticalen und vorderen schiefen Prisma parallel gehen, also der Form des symmetrischen Hauptschnittes entsprechen. Ist die Fläche gleichmäßig vom Aetzmittel angegriffen, wie dies bei klaren und regelmäßig entwickelten Krystallen immer der Fall ist, so sind die Aetzfiguren von gleicher Größe über die ganze Längsfläche vertheilt. Bei weiterem Aetzen entstehen aus den Rhomboiden vierseitige Vertiefungen (Fig. 4, Taf. VII), die von den Flächen eines verticalen und vorderen schiefen Prismas gebildet werden. Diese Aetzfiguren stimmen mit den von Baumhauer auf dem Hauptblätterbruch erhaltenen vollkommen überein.

Die Flächen des verticalen Prismas  $f$  und der angeschliffenen Querfläche  $m$  zeigen beim Aetzen eine der Prismenzone parallele Streifung, die sich bei langandauernder Einwirkung des Aetzmittels in eine tiefe Furchung umwandelt; in ähnlicher Weise, wie die natürlichen Flächen  $f$  und  $n$  selbst gezeichnet sind. Auch auf einer angeschliffenen vorderen schiefen Endfläche  $d = (a : \infty b : c)$  und dem vorderen schiefen Prisma  $l$  sieht man eine parallele den Kanten zur Längsfläche verlaufende Furchung entstehen.

Die vielfach intermittirenden Streifen und Furchen beweisen, daß die Subindividuen selbst schon höherer Stufe

1) Sitzungsber. d. K. B. Akad. d. Wissensch. II. Cl. 1875, 2, S. 176.

und durch schaligen Aufbau von Subindividuen niederer Stufe gebildet sind. Eine Messung der die Subindividuen begrenzenden Flächen war nicht möglich. Man kann aber nach Analogie mit anderen Subindividuen annehmen, daß sie von vicinalen Flächen Websky's begrenzt sind. Die tektonischen Zonen, in denen die Flächen liegen, sind bestimmt durch die Hauptaxe und die Kante des vorderen schiefen Prismas als Zonenaxen.

Wird ein vollkommen ausgebildeter Krystall längere Zeit der Einwirkung des Aetzmittels ausgesetzt, so tritt an Stelle der spitzen Ecken eine drusige Fläche mit vier- und sechseitigen Vertiefungen. Sie entspricht der hinteren schiefen Endfläche  $T = (a' : \infty b : c)$  und findet sich häufig an eingewachsenen Gypskrystallen, wo sie Scharff<sup>1)</sup> als eingesunkene Fläche bezeichnet.

Um über die Art und Weise der *Anordnung der Subindividuen* Aufschluß zu erhalten, versuchte ich es auf künstlichem Wege unter dem Mikroskop Gypskrystalle darzustellen. Zur Darstellung derselben wurde am häufigsten Chlorcalciumlösung verwendet. Concentrirte Lösungen liefern mit Schwefelsäure ein Gewirr spindelförmiger Krystalle, die sich zu weiterer Untersuchung nicht eignen. Arbeitet man dagegen mit verdünnten Lösungen, so erhält man wohl ausgebildete Krystalle, deren Bildung man unter dem Mikroskop leicht beobachten kann. Zu diesem Zwecke wird auf einem Objectträger die verdünnte Chlorcalciumlösung unter das Mikroskop gebracht und während man beobachtet, verdünnte Schwefelsäure hinzugefügt. Man erblickt nun mit einem Male das Gesichtsfeld mit einer Menge von niedlichen Kryställchen erfüllt. Sie gehören immer der Combination von Längsfläche mit Flächen aus den tektonischen Hauptzonen an. Niemals war ein Krystallgerippe zu beobachten. Selten fanden sich Zwillinge nach dem Gesetz „Zwillingsaxe die Normale der Querfläche“ darunter. Der Aufbau der Krystalle geht gleichmäßig an allen Punkten vor sich, so daß sie

1) Abhandl. d. Senckenb. Ges. VIII. Bd. Frankfurt a. M. 1871.

immer scharf und geradlinig begrenzt sind. Läßt man concentrirte Schwefelsäure in die Chlorcalciumlösung eintreten, so schießen spindelförmige Krystalle aus, die oft radial von einem Centrum ausstrahlen oder sich in den verschiedensten Richtungen durchkreuzen. Einzelne freiliegende dieser nach der Hauptaxe gestreckten Spindeln vergrößern sich wenig in der Richtung derselben, nehmen aber die vorher erwähnte Form an.

Um die Bildung der Krystalle zu verzögern, wurden Stückchen von Natriumsulfat in die Lösung gebracht. Hierbei entstanden fast ausschließlich Zwillingsskrystalle, beiderseitig einen einspringenden Winkel tragend (Fig. 5, Taf. VII), also Durchwachsungszwillinge. Die meisten derselben waren nach der Hauptaxe vorherrschend entwickelt; einige kurzprismatische nach der Längsfläche tafelförmige Krystalle hatten einen ausspringenden Winkel, mit dem sie sich in paralleler Stellung an einander legten (Fig. 5, Taf. VII). Beim Fortbau der beiderseitig von einspringenden Winkeln begrenzten Krystalle wurden zuweilen die Flächen eines vorderen schiefen Prismas unter einem ausspringenden Winkel entwickelt, während dies bei anderen nur an einem Ende der Fall war. Die grösseren Zwillingsskrystalle nehmen die Form von Fig. 6, Taf. VII) an, deren eine (Fig. 7) bei starker Vergrößerung betrachtet, dargestellt ist. Bei verschiedener Einstellung ist ein Auflagern der Subindividuen auf der Längsfläche zu erkennen. Das Ganze erscheint als ein Gemäuer, das sich durch Auflagern neuer Massen auf die Längsfläche vergrößert, wobei der einspringende Winkel erhalten bleibt.

Das Hinderniß, welches der Objectträger der Beweglichkeit der Molecüle entgegenstellt, begünstigt die Zwillingbildung. Im Reagenzglaschen wurden durch Hinzubringen von Natriumsulfatstückchen bedeutend weniger Zwillinge erhalten. Eine noch grössere Verminderung von Zwillingen wurde aus Chlorcalciumlösung durch Zusatz von Natriumsulfatlösung herbeigeführt. Bei den ein-



fachsten Bedingungen erhält man einfache flächenarme Krystalle, bei complicirteren Bedingungen Zwillinge.

Die aus Verdunsten von Gypslösung erhaltenen Krystalle stimmen bis auf einen Fall hiermit überein. An einigen Krystallen nämlich, die sich nach Wochen aus einer Gypslösung ausgeschieden hatten und den Boden des Gefäßes in großer Menge bedeckten, waren auch die Flächen eines hinteren schiefen Prismas ausgebildet. Die Individuen hatten sich bei ihrer Ausbildung vielfach gehemmt.

Es wurden noch Gypskrystalle aus Lösungen von Calciumnitrat und Calciumcarbonat dargestellt, bei denen nichts Nennenswerthes zu bemerken ist.

Von einigem Interesse ist noch das Verhalten der Gypskryställchen beim Auflösen derselben. Löst man Kryställchen in Salzsäure unter dem Mikroskop, so runden sie sich an den Kanten ab und werden kleiner und kleiner, bis sie eine spindelförmige Gestalt erreicht haben. Von nun ab ändern sie ihre Dimensionen in der Stärke wenig, nehmen aber rasch in der Richtung der Hauptaxe ab, bis sie mit einem Mal verschwinden.

Aus Vorstehendem ergibt sich, daß die Anordnung der Subindividuen des Gypses in der Längsfläche, als tektonischer Hauptebene, in der Hauptaxe und parallel der Kante des vorderen schiefen Prismas, als den tektonischen Hauptzonenaxen erfolgt. Die Hauptzonen des Gypses fallen also mit den tektonischen Axen zusammen, wie es auch bei anderen Mineralien, z. B. Flußspath der Fall ist.

---

Das Material zu meinen Untersuchungen befindet sich eines Theils im mineralogischen Museum der Universität Kiel, zum größten Theil verdanke ich es der Freundlichkeit der HH. Dr. Meyen in Uetersen und Dr. Fischer von Benzon in Husum, welche mir ihre schönen Suiten des Gypses von Sütel bereitwilligst zur Benutzung überließen, und bin ich ihnen außerordentlich erkenntlich.



Vor allem fühle ich mich jedoch meinem hochverehrten Lehrer Hrn. Prof. A. Sadebeck für die wissenschaftliche Anregung und das mir während Ausführung der Arbeit bewiesene gütige Wohlwollen in hohem Maasse verpflichtet.

**VI. *Stimmgabel mit veränderlichem Tone;*  
von Dr. Rudolph König in Paris.**

Bekanntlich besitzt man in der Doppelsirene von Helmholtz ein Instrument, welches gestattet nicht allein zwei Klänge mit einem beliebigen Phasenunterschiede ertönen zu lassen, sondern auch während des Tönens das Intervall dieser beiden Klänge nach Belieben zu erweitern und zu verringern. Da es jedoch in vielen Fällen wünschenswerth ist die Sirenenklänge mit den einfachen Stimmgabeltönen zu vertauschen, und um dieses möglich zu machen, die Tonhöhe einer der Gabeln während des Tönens muß beliebig geändert werden können, so construirte ich eine Stimmgabel, bei welcher sich dieser Wechsel in der Tonhöhe mit Leichtigkeit erreichen läßt, und will hier eine kurze Beschreibung derselben geben.

Die starken Zinken der Stimmgabel sind ihrer Länge nach durchbohrt und die beiden so erhaltenen Kanäle mit einander durch eine Querbohrung im Fusse der Gabel verbunden. Diese ganze Röhrenleitung steht mit einem an demselben Fusse angebrachten cylindrischen Behälter in Verbindung, in dem sich ein Schraubenstempel hin- und herbewegen läßt; in diesen Behälter und die Röhrenleitung ist so viel Quecksilber gefüllt, daß bei den beiden äußersten Gränzständen des Stempels die Kanäle in den Zinken der Gabel entweder bis nahe an die Enden gefüllt, oder ganz leer sind. Die Gabel ist so gestimmt, daß sie einen

Ton in einem reinen Verhältnisse mit dem einer andern, gewöhnlichen Stimmgabel giebt, wenn ihre Zinken bis zu etwa zwei Drittel ihrer Länge mit Quecksilber gefüllt sind. Läßt man dann mittelst des Schraubenstempels das Quecksilber über diese Gränzen steigen oder fallen, so vertieft oder erhöht man natürlich den Ton der Gabel und ändert somit das Schwingungsverhältniß zwischen ihr und einer andern gewöhnlichen Stimmgabel mit festem Tone.

Da die Schwingungen der mit Quecksilber gefüllten Stimmgabel nach einmaliger Erregung mit dem Bogen eine nur geringe Dauer haben, so wird sie auf elektrischem Wege in continuirliche Schwingungen versetzt, wobei natürlich wegen ihrer nothwendig verticalen Stellung die gewöhnlichere Quecksilberunterbrechung durch eine trockne hat ersetzt werden müssen.

Bei der Stimmgabel, mit der ich seit anderthalb Jahren diese Disposition geprüft, und vor den Gelehrten, welche mich besucht, öfters experimentirt habe, läßt sich der Ton von 366 zu 392 v. s. umstimmen. Ihre Quecksilberkanäle haben einen Durchmesser von etwa 5<sup>mm</sup>, und ihre Zinken sind 22<sup>mm</sup> breit und 16<sup>mm</sup> dick. Sie ist vor einer Resonanzröhre montirt, welche mittelst eines verschiebbaren Stempels auf ihren jedesmaligen Ton gestimmt werden kann und trägt einen Spiegel, für die optische Vergleichung ihrer Schwingungen mit denen einer zweiten, gleich starken und gleich montirten, aber gewöhnlichen Stimmgabel, mit der sie die schnelleren oder langsameren Stöße mächtig stark hören läßt. Um ihr aber die gleiche Schwingungsweite als dieser letzteren zu geben, ist man genöthigt für sie einen doppelt so starken Strom anzuwenden als für die Stimmgabel mit festem Tone.

Nähert man den Ton der Stimmgabel mit dem Quecksilber dem der gewöhnlichen Gabel bis zum vollkommenen Einklange, so erreicht man diesen bei irgend einem Phasenunterschiede, den man nicht vorher bestimmen, oder wählen kann, man ist also gezwungen, wenn man einen

bestim  
einma  
zu ve  
Phas  
ist, p  
Diese  
bervo  
ringe  
kleine  
etwas  
so en  
nicht  
Bewe  
der B  
auch,  
etwas  
folgen  
zufüh  
A  
befest  
Ende  
gabel  
stützt  
welch  
vorzu  
entfer  
diese  
Augen  
Man  
mente  
optisc  
Interv  
P

bestimmten Phasenunterschied zu erhalten wünscht, den einmal erhaltenen Einklang erst wieder um ein Geringes zu verstimmen, und dann, wenn bei einem sehr langsamen Phasenwechsel der gewünschte Phasenunterschied erreicht ist, plötzlich wieder zum reinen Einklange zurückzukehren. Dieses läßt sich jedoch nicht leicht durch die Quecksilbervorrichtung ausführen, denn hat man durch eine geringe Drehung der Schraube in einer Richtung erst eine kleine Verstimmung bewirkt und dreht dann die Schraube etwas später plötzlich wieder in ihre erste Stellung zurück, so erhält man dadurch doch den ganz reinen Einklang nicht wieder, theils, weil bei den beiden entgegengesetzten Bewegungen der Schraube immer ein kleiner Verlust in der Bewegung des Stempels entsteht, theils vielleicht aber auch, weil das Quecksilber an den Wänden der Kanäle etwas haften bleiben mag, es ist daher zweckmäßiger auf folgende Weise den gewünschten Phasenunterschied herbeizuführen.

An einer Zinke der Stimmgabel ist ein dünner Faden befestigt, welcher über eine Rolle läuft, und an dessen Ende ein kleines Gewicht hängt. Bilden beide Stimmgabeln ein reines Intervall, während das Gewicht unterstützt ist, so tritt die geringe Verstimmung der Gabel ein, welche nöthig ist um einen langsamen Phasenwechsel hervorzurufen, wenn man die Unterstützung des Gewichtes entfernt, um es also an dem Faden hängen zu lassen, und diese Verstimmung verschwindet sofort wieder in dem Augenblicke, in dem man das Gewicht wieder aufhebt. Man kann also auf diese Weise in jedem beliebigen Momente des langsamen Phasenwechsels, den man in der optischen Figur beobachtet, zu dem vollständig reinen Intervalle zurückkehren.

Paris, Februar 1876.

VII. *Nachtrag zur Abhandlung: Experimentelle  
Untersuchung eines Falles von Arbeitsleistung  
des galvanischen Stroms;  
von R. Colley in Moskau<sup>1)</sup>.*

Als meine erwähnte Abhandlung schon unter der Presse sich befand, gelang es mir noch folgenden Versuch anzustellen, dessen Resultate die daselbst entwickelten theoretischen Ansichten völlig bestätigen, und eine sehr gewünschte Vervollständigung und Erläuterung der beschriebenen Versuche ist mit salpetersaurem Silber zu machen.

Bei der Besprechung der auf die sogenannte Wanderung der Ionen bezüglichen Hittorf'schen Coëfficienten wurden zwei Salze, Iodzink und Iodkadmium erwähnt, bei denen die Arbeit der Schwerkraft in einer senkrechten Säule der Lösung und folglich auch die elektromotorische Kraft  $e$ , das entgegengesetzte Vorzeichen haben, als in dem Falle des salpetersauren Silbers. Mit einem dieser Salze, nämlich Iodkadmium, wurde eine Versuchsreihe angestellt, nach einer Methode, die nur in unwesentlichen Details von der *ersten* Methode meiner Abhandlung abweicht.

Die Röhre No. 2, 3<sup>m</sup>,6 lang, wurde mit einer concentrirten Lösung des Salzes gefüllt und die Silberelektroden durch Elektroden von Kadmiumdraht ersetzt. Es fand sich, daß dieses Metall alle Uebelstände der leichter oxydirbaren Metalle in hohem Grade besaß. Die Elektroden bedeckten sich allmählig mit einer Schicht schwarzen Oxyds, und als sie durch das Galvanometer verbunden wurden, zeigte letzteres einen ziemlich starken und sehr inconstanten Strom an. Das Amalgamiren des Metalls beseitigte zum Theil diese Uebelstände, doch nicht ganz. In den ersten zwei bis drei Wochen nach Fällung

1) S. 370 dieses Bandes.

der R  
kein a  
unger  
gestan  
anhäu  
fernt  
stante  
achtung  
zwei j  
längen  
Di  
legen  
der le  
nets)  
halb  
so em  
gegen  
Es w  
nets b  
der R  
und d  
licher  
anzust  
herrsch  
Nadel  
Anfang  
Fo  
dar.  
der S  
oben l  
der R  
5 Min

der Röhre konnte wegen der Veränderlichkeit des Stroms kein sicheres Resultat erzielt werden. Doch als die Röhre ungefähr einen Monat mit metallisch verbundenen Elektroden gestanden hatte, wobei die sich allmählig in derselben anhäufenden Gasbläschen durch die Luftpumpe öfters entfernt wurden, nahm endlich der Strom eine nahezu constante Gröfse an, blieb jedoch so stark, dafs zur Beobachtung der Ausschläge die übliche Fernrohrscale durch zwei je ein Meter lange Hülfscales zu beiden Seiten verlängert werden mufste.

Die Beobachtung der Doppel-Elongationen durch Umlagen des Commutators war wegen der bedeutenden Gröfse der letzteren mit Zeitverlust (zur Beruhigung des Magnets) und einiger Unsicherheit verbunden. Ich zog deshalb folgende Versuchsmethode vor, die zwar nur halb so empfindlich als die beschriebene war, mir aber im gegenwärtigen Falle vertrauenswerther zu seyn schien. Es wurde die constante (einseitige) Ablenkung des Magnets bei einer bestimmten Stellung des Commutators und der Röhre beobachtet, dann wurde die Röhre umgekehrt und die neue veränderte Ablenkung abgelesen. Glücklicherweise gelang es mir diese Versuche an einem Tage anzustellen, wo eine nahezu vollkommene magnetische Ruhe herrschte, so dafs die Gleichgewichtslage des magnetischen Nadelpaares sich nur ganz unbedeutend veränderte. Zu Anfang der Versuche war sie 54 Centimeter-Scalentheile.

Folgende Tabelle stellt die Ergebnisse der Versuche dar. *A* bedeutet die Ablenkung des Galvanometers als der Strom in der Röhre die Richtung von *unten* nach *oben* hatte, *D* die Ablenkung bei der umgekehrten Stellung der Röhre. Vor jedem Versuche wurde die Röhre etwa 5 Min. in ungeänderter Stellung stehen gelassen.

			$A - D$
1)	$A$ 192,4	$D$ 185,8	6,6
2)	$D$ 182,0	$A$ 189,3	7,3
3)	$A$ 188,4	$D$ 181,5	6,9
4)	$D$ 183,0	$A$ 190,3	7,3
5)	$A$ 190,5	$D$ 184,8	5,7
6)	$D$ 183,3	$A$ 190,5	7,2

Mittlere Differenz  $A - D = 6,73$  Cent.

Es ergibt sich also, in voller Uebereinstimmung mit der Theorie, daß in einer Iodkadmiumlösung die elektromotorische Kraft  $e$ , das entgegengesetzte Vorzeichen hat, als in dem Falle des salpetersauren Silbers. Der *aufsteigende* Strom ist *stärker* als der *niedersteigende*.

Ich will noch bemerken, daß der geringe Ueberschuß der Differenzen  $A - D$  in den Versuchen 2, 4, 6 über diejenigen der Versuche 1, 3, 5 davon herrührt, daß das unvermeidliche Erschüttern der Röhre bei dem Umlegen immer eine kleine Verstärkung des Stromes zur Folge hatte, die sich also der wahren Differenz  $A - D$  bald addirte bald von ihr subtrahirte. Im arithmetischen Mittel muß dieser Fehler verschwinden.

Betrachten wir jetzt die Erscheinung etwas genauer in quantitativer Beziehung. Berechnen wir zu aller erst die elektromotorische Kraft  $e$ , für die erwähnte Salzlösung ganz in derselben Weise, wie wir es für das salpetersaure Silber gethan haben. Hittorf's Coëfficient für das Iod im Iodkadmium ist größer als die Einheit; er ist nämlich 1,15. Die Quantität von Kadmium, in Aequivalenten ausgedrückt, welche von dem positiven zum negativen Pole wandert, wenn in der Kette 1 Aequivalent Zink aufgelöst wird, ist  $1 - 1,15 = -0,15$ . Das Minuszeichen muß hier in der gewöhnlichen Weise interpretirt werden, daß nämlich das Kadmium in einer der angenommenen entgegengesetzten Richtung wandert, daß also als Endresultat des Processes ein Ueberschuß sowohl von Iod wie von Kadmium am positiven Pole sich ergibt. Nimmt man Hittorf's Erklärung, die Bildung einer Art Dop-

pelsalz, an, so bietet die Thatsache nichts befremdendes dar.

Ist  $I = 127$ ,  $Cd = 112$ ,  $Zn = 65$ , so ist die gesammte Quantität des Stoffes, der vom *negativen* zum *positiven* Pole übergeführt wird, während sich in der Kette 1 Gramm Zink auflöst

$$\left[ \frac{2 \cdot 127}{65} \cdot 1,15 + \frac{112}{65} \cdot 0,15 \right] \text{Gramm} = 4^{\text{gr}},754.$$

Das erste Glied der Summe bezieht sich auf das Iod, das zweite auf das Kadmium.

Daraus ergibt sich die elektromotorische Kraft für eine 1 Meter hohe Säule der Lösung

$$-e_a = 0,00001567 \text{ Daniell.}$$

Dem absoluten Werthe nach ist sie etwa dreimal grösser als beim salpetersauren Silber. Dem Zeichen nach entgegengesetzt.

Für die angeführte Versuchsreihe habe ich auch den gesammten Widerstand des Stromkreises bestimmt. In meiner Abhandlung ist auseinandergesetzt worden, daß bei schwachen Strömen, d. h. solchen, welche den Elektrolyten ohne Verletzung des Gesetzes der Erhaltung der Kraft nicht zu zersetzen vermögen (mit dem Salze wird stets eine gewisse Menge Wasser zersetzt), der Vorgang ein wesentlich anderer ist als bei starken, deren elektromotorische Kraft größer als der Maximalwerth der Polarisation ist. Bei den ersteren verhält sich, wie Helmholtz zuerst nachgewiesen hat, die Sache so, wie wenn in dem Stromkreise außer dem wirklichen Widerstande noch ein zweiter sehr großer, supplementärer, fictiver Widerstand vorhanden wäre. Ich bestimmte den gesammten Widerstand, indem ich zwei Ablenkungen des Galvanometers beobachtete, einmal als nur die Röhre und das Galvanometer, ein zweites Mal als außerdem noch eine Rolle von 7976 Siemens-Einheiten in den Stromkreis eingeführt worden. Die (einseitigen) Ablenkungen waren resp. 190,5 und 148,5 Centimeter-Scalentheile bei der Gleichgewichts-



lage 52,5 des Galvanometers. Daraus ergibt sich der Gesamtwiderstand zu 18240 Siemens-Einheiten.

Die Empfindlichkeit des Galvanometers wurde in derselben Weise bestimmt, wie in der Abhandlung beschrieben worden ist; sie stellte sich etwas geringer heraus als die, welche den Versuchen der Tabellen I bis IV und V bis VII entspricht. Bei gleicher Stromstärke müssen die entsprechenden Ablenkungen mit dem Factor 0,90 multiplicirt werden.

Aus allen diesen Data läßt sich folgender Werth der Differenz  $A - D$  berechnen:

$$A - D = 6,61 \text{ Centimeter-Scalentheile.}$$

Der Versuch ergab die Zahl 6,83, was mit der Theorie nahe übereinstimmt. Einige Correctionen, die ich vernachlässigt habe, wie z. B. die Reduction der Ablenkungen auf kleine Bögen, streben diese geringe Abweichung noch mehr auszugleichen.

Durch diese Versuche werden die Vermuthungen bestätigt, daß sowohl in dem Falle des salpetersauren Silbers, wie auch des Iodkadmiums, der Unterschied zwischen den theoretisch berechneten und den wirklichen Ablenkungen des Galvanometers von der Existenz eines fictiven, supplementaren Widerstandes, der nicht in Rechnung gezogen wurde, herrühren.

Eine vollkommene Uebereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ist aber nicht zu erwarten, wegen der Existenz einer Correction, deren genauer Werth sich nicht bestimmen läßt. Der ganze Proceß der Ueberführung des Stoffes geht innerhalb einer Flüssigkeit vor; es muß hier also das archimedische Princip Anwendung finden und folglich die Größe der Arbeit etwas anderes ausfallen, als wenn der Vorgang im Vacuo stattfände. Hier, wie in allen Fällen wo das Princip der lebendigen Kräfte Gültigkeit hat, wird die Arbeit nur durch den Anfangs- und den Endzustand des Systems bestimmt. Wird innerhalb einer Flüssigkeit eine Last gehoben oder gesenkt, so ist es gleichgültig, ob sie es als solche wird, oder ob

sie  
Der  
Gleich  
Gese  
der I  
Mass  
Stell  
gewi  
Mass  
dies  
Folgt  
ren I  
Gew  
das C  
Flüss  
diese  
Diffe  
welch  
Senk  
I  
Meta  
lösun  
Ist  
des  
sigke  
Gew  
Salz  
samm  
  
I  
bere  
Salz  
aus  
sirte  
In  
nom  
auf



sie die Wanderung in aufgelöstem Zustande vollführt. Der Umstand, daß die Molecüle einer *Lösung* sich im *Gleichgewicht* befinden, daß also auf sie das archimedische Gesetz keine Anwendung findet, kann dies oberste Princip der Mechanik nicht seiner Gültigkeit berauben. Tritt die Masse nach ihrer Wanderung an irgend einer anderen Stelle hervor, so verdrängt sie im Endresultate doch eine gewisse Quantität Flüssigkeit, und der Raum, den die Masse früher einnahm, wird von der Flüssigkeit erfüllt; dies hat eine Bewegung der ganzen Flüssigkeitsmasse zu Folge, und die Arbeit der Schwerkraft bei dieser letzteren Bewegung ist jedenfalls gleich dem Producte aus dem Gewichte der verdrängten Flüssigkeit in die Höhe. Ist  $P$  das Gewicht einer Masse,  $p$  das eines gleichen Volumens Flüssigkeit, so kann die Arbeit  $(P - p)h$  der Hebung dieser Masse in der Flüssigkeit auf die Höhe  $h$  als die Differenz der zwei Factoren  $Ph$  und  $ph$  aufgefaßt werden, welche resp. die Arbeit der Hebung der Last und der Senkung der Flüssigkeit im Vacuo darstellen.

In meinen Versuchen ist außer der Wanderung des Metalls noch eine Aenderung der Concentration der Salzlösung in der Nähe der Elektroden zu berücksichtigen. Ist  $h$  die Höhe der Flüssigkeitssäule,  $P$  das Gewicht des übergewanderten Metalls,  $p$  das der verdrängten Flüssigkeit,  $P'$  das Gewicht des übergeführten Salzes,  $p'$  das Gewicht des Volumens Flüssigkeit, welches das *gelöste* Salz in der *Lösung* einnahm, so ist die Gröfse der gesammten Arbeit

$$(P - P')h + (p' - p)h.$$

Der Werth von  $p'$  läßt sich in keiner Weise genau berechnen, da das specifische Gewicht der Lösungen ihrem Salzgehalte nicht immer proportional ist. Diesen Werth aus dem specifischen Gewichte des trockenen, krystallisirten Salzes zu berechnen, wäre offenbar ganz falsch. In meinen Berechnungen habe ich stillschweigend angenommen, daß  $(p' - p)h = 0$  sey, oder keinen Einfluß auf die elektromotorische Kraft  $e_a$  ausübe. Wie groß

der dabei begangene Fehler ist, läßt sich nicht mit Bestimmtheit sagen; in dem Falle des Iodkadmiums scheint er eine nicht zu vernachlässigende Gröfse zu haben.

Zum Schlusse will ich noch bemerken, daß ich versucht habe, das in meiner Abhandlung beschriebene Phänomen zu studiren, indem ich statt der Schwerkraft den Magnetismus auf eine Lösung von Eisensalz einwirken liefs. Der Versuch scheint auch in diesem Falle die Prävisionen der Theorie zu bestätigen, doch wurde hier offenbar der Vorgang noch von anderen Erscheinungen begleitet und complicirt, die das Resultat nicht in unmittelbarer Klarheit hervortreten liefsen. Sobald es mir gelingen wird diese etwas verwickelte Erscheinung in ihre einzelnen Factoren zu zerlegen, werde ich die Resultate meiner Untersuchung veröffentlichen.

Moskau, Februar 1876.

---

VIII. *Beantwortung der von W. Weber gemachten Bemerkungen, die unipolare Induction betreffend*<sup>1)</sup>; von E. Edlund.

---

Zuerst will ich gern gestehen, daß ich die theoretische Anschauungsweise, die man sich über die unipolare Induction gebildet, auf die Erklärung des Plücker'schen Versuches unrichtig angewandt habe. Das in meinem Aufsatze citirte Werk über die Elektrizität, in dessen beiden Auflagen ein in dieser Hinsicht verführerischer Fehler vorkommt, hat mich zu diesem Versehen verleitet. Die zweite der von mir gegen Hrn. C. Neumann gemachten Bemerkungen fällt hierdurch weg; die erste dagegen verbleibt jedoch fortwährend bestehen.

Wir wollen nun von allen theoretischen Betrachtungen wegsehen und bloß die unmittelbaren Ergebnisse des

1) S. 146 dieses Bandes.

Plücker'schen Versuchs betrachten<sup>1)</sup>. Wir erhalten dann folgende vier Fälle:

1. Wenn der Kupfercylinder ruht, und der Magnet allein rotirt, so bekommt man keinen Inductionsstrom.
2. Wenn der Kupfercylinder vorwärts rotirt, und der Magnet in Ruhe ist, so entsteht ein Inductionsstrom.
3. Wenn der Kupfercylinder und der Magnet in derselben Geschwindigkeit vorwärts rotiren, so bekommt man denselben Inductionsstrom wie in No. 2.
4. Wenn der Kupfercylinder mit derselben Geschwindigkeit vorwärts, der Magnet aber mit gleicher Geschwindigkeit rückwärts rotirt, so bekommt man doch denselben Inductionsstrom wie in No. 2.

Hieraus geht als *experimentelle Thatsache* hervor, daß die Rotation des Magnets keinen Einfluß auf die Richtung und Gröfse des Inductionsstromes ausübt.

Hr. C. Neumann hat zu beweisen gesucht, daß die unitarische Theorie der Elektrizität zu dem Resultate führe, daß durch die Rotation des Magnets keine inducirende Wirkung entstehe. Ich vermag deshalb nicht einzusehen, wie man auf Grund der Neumann'schen Beweisführung behaupten kann, daß die unitarische Theorie hinsichtlich der unipolaren Induction „in einem offenbaren Conflict mit den experimentellen Thatsachen“ stehe<sup>1)</sup>. Im Gegentheil finde ich, daß diese Theorie mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Stockholm, den 4. März 1876.

- 1) Diese Angaben von Ergebnissen der Plücker'schen Versuche bedürfen jedenfalls noch einer näheren Erläuterung, weil sie sonst, ihrem Wortlaute nach, mit der bekannten und auch von Plücker anerkannten und bestätigten Thatsache, daß die Induction nur von der *relativen Bewegung* des inducirenden Magnets zum inducirten Leiter abhängt, im Widerspruch stehen würden. P.
- 2) Siehe Hrn. C. Neumann's Aufsatz diese Ann. Bd. 155, S. 229.

**IX. *Bereitung der Plateau'schen Glycerinflüssigkeit und deren Anwendung zum Studium der von dünnen Blättchen erzeugten Farbenringe; von Hrn. A. Terquem.***

(Mitgetheilt vom Hrn. Verf. aus d. *Journ. de physique*, T. II.)

**I. *Bereitung der Glycerinflüssigkeit.***

Vor einigen Jahren hat Hr. Plateau die Zusammensetzung und Bereitung einer Glycerinflüssigkeit angegeben, die er anwandte, um die Gleichgewichtsfiguren darzustellen, welche Flüssigkeiten annehmen, die der Schwerkraft entzogen sind. Diese Bereitungsweise ist ziemlich verwickelt und führt nicht immer zu guten Resultaten. Später erkannte Hr. Plateau, daß man eine bessere Glycerinflüssigkeit erhalte, wenn man oleinsaures Natron statt Seife zu ihrer Bereitung anwende. Das stearinsäure Natron macht nämlich das Wasser, worin man es löst, nicht recht schaumig; im Gegentheil zersetzt es sich, und das milchige Ansehen, welches Seifenwasser darbietet, rührt von vorhandenem stearinsäuren Salze her; denn die Lösungen des oleinsauren sind vollkommen durchsichtig und klar. Allein es ist schwierig, sich vollkommen reines oleinsaures Natron zu verschaffen oder aus der käuflichen Oleinsäure, die bei weitem nicht rein ist, darzustellen.

Ich habe gesucht, diese Schwierigkeit zu beseitigen und eine Glycerinflüssigkeit von fast constanter Zusammensetzung zu bereiten, was für eine Seife man auch anwende. Zu dem Ende habe ich die Eigenschaft der oleinsauren Salze benutzt, in Alkohol viel löslicher zu seyn als die stearinsäuren.

Man nehme Marseiller Seife und zertheile sie in sehr dünne Stücke, um sie gut trocknen zu können. Am bequemsten ist es, die Seife mittelst eines Hobels in Späne zu verwandeln. Legt man diese Späne im Sommer auf

einige Stunden in Sonnenschein oder im Winter auf den Ofen, so trocknen sie vollständig aus.

Man bringt sie dann in eine Flasche mit Alkohol von 80°. Ein stärkerer Alkohol löst zu wenig oleinsäures Salz, ein schwächerer löst zu viel stearinsäures. Die Dichtigkeit des Alkohols von 80° ist  $= 0,865$ . Gesättigt mit Seife bei der Temperatur 15°, zeigte er 74° am Centesimal-Alkoholometer; seine Dichtigkeit ist 0,880 und 10 Cubikcentimeter enthalten 0<sup>grm</sup>,742 Seife. Die alkoholische Lösung muß in der Kälte bewerkstelligt werden; denn, wenn man sie erhitzt, löst sich die Seife in sehr großer Menge, und beim Erkalten gesteht die Flüssigkeit zu einer festen Masse, selbst wenn nur 4 Gramm Seife in 100 Cubikcentimeter Alkohol enthalten sind. Andererseits macht man ein Gemenge von Glycerin und Wasser in solchem Verhältniß, daß das Gemeng am Baumé'schen Aräometer 17°,1 zeigt, oder (bei 20° C.) eine Dichtigkeit von 1,35 hat, was einem Gemeng von gleichen Volumen Wasser und Glycerin beim Maximum seiner Concentration entspricht. Das käufliche Glycerin enthält sehr verschiedene Mengen Wasser; bald ist es fast wasserfrei, bald bedeutend wasserhaltig. Man thut gut, die Flasche, welche das mit Wasser verdünnte Glycerin enthält, in siedendem Wasser zu erhitzen; um die Entwicklung von Conserven zu verhüten.

Um das endliche Gemenge zu bereiten, nimmt man 100 Cubikcentimeter des mit Wasser verdünnten Glycerins und fügt 25 Cubikcentimeter der alkoholischen Seifenlösung hinzu; die Flüssigkeit trübt sich öfters, weil das käufliche Glycerin schwefelsauren Kalk und Kalk enthält. Man bringt sie zum Sieden um den Alkohol zu vertreiben und erkennt die vollständige Vertreibung desselben daran, daß die Siedetemperatur über 100° steigt. Nun läßt man die Flüssigkeit erkalten, gießt sie in eine graduirte Eprouvette und fügt so viel Wasser hinzu, bis das Volum gleich 100 Cubikcentimeter geworden ist. Hierauf filtrirt man die Flüssigkeit mehrmals, um den gebildeten oleinsäuren

Kalk zu entfernen. Diese Filtration ist schwierig, weil die Flüssigkeit anfangs trübe durch das Filtrum geht, und zuletzt gar nicht mehr.

Die Filtration erfolgt regelmäßiger, wenn man in den Trichter einen Baumwollenpfropfen steckt und diesen, je nach der Schnelligkeit des Durchlaufens der Flüssigkeit, mehr oder weniger stark einstopft. Mittelst dieser Flüssigkeit lassen sich alle die mannigfachen Versuche des Hrn. Plateau vortrefflich wiederholen. Hohle Blasen, auf einen kleinen Dreifuß gesetzt, halten sich unter einer Glocke länger als eine Stunde, wenn der Durchmesser nicht 1 Decimeter übersteigt.

Welche Rolle spielt das Glycerin bei Verlängerung der Ausdauer der Seifenblasen? Diefes ist noch nicht vollkommen festgestellt, weil selbst die Ursache, welcher gewisse Flüssigkeiten ihr Vermögen, andauernde Blasen oder Lamellen zu bilden, verdanken, noch nicht recht bekannt zu seyn scheint. Jedoch bedarf es, damit die Blasen oder Lamellen eine lange Dauer haben, einer gewissen Zähigkeit der angewandten Flüssigkeit, welche ein zu rasches Fließen und ein schnelles Abnehmen der Dicke in dem oberen Theile verhindert.

Hr. Plateau nimmt an, daß das Glycerin vor Allem den Zweck habe, die Verdampfung zu verhüten; allein man kann diese Substanz durch jede andere ersetzen, welche die Zähigkeit des Seifenwassers erhöht.

So kann man zur Wiederholung der meisten Versuche des Hrn. Plateau die folgende Flüssigkeit anwenden, die leichter zu bereiten ist als die Glycerinflüssigkeit. Man löse in 100 Grm. warmen Wassers 1 Grm. getrockneter Marseillerseife auf, filtrire in der Kälte um den unlöslichen Niederschlag zu entfernen, hieraus fügt man 40 Gramm weißen Zuckers auf 100 Cubikcentimeter des Seifenwassers hinzu. Die mit dieser Flüssigkeit gebildeten Blasen halten sich oft mehrere Stunden; allein zu den optischen Versuchen, welche ich beschreiben werde, ist sie weniger gut als die Glycerinflüssigkeit, weil die Lamellen zerreißen,

ehe sie eine so geringe Dicke wie mit letzterer Flüssigkeit erlangt haben.

## II. Anwendung der Glycerinflüssigkeit zum Studium der Farben dünner Blättchen.

Die Idee, Seifenwasser anzuwenden, um die sehr lebhaften Farben dünner Blättchen hervorzubringen, ist schon sehr alt, da Newton in seiner Optik von diesem Versuche spricht. In seiner XVII<sup>ten</sup> Beobachtung über die Farben dünner durchsichtiger Blättchen, sagt er Folgendes:

„Eine Seifenblase <sup>1)</sup> zeigt einige Zeit nach ihrer Bildung eine große Mannigfaltigkeit von Farben. Stülpt man über sie einen Becher von dünnem Glase, um sie vor den Bewegungen der Luft zu schützen, so erscheinen diese Farben in sehr regelmäßiger Ordnung und in Gestalt concentrischer, um den Scheitel geordneter Ringe. In dem Maasse als die Blase durch das herabfließende Wasser dünner wird, breiten sich die Farbenringe weiter aus und erstrecken sich bis zu unterst, wo sie dann der Reihe nach verschwinden. Sowie die Ringe oben auf der Blase entwickelt sind, bildet sich in ihrem Centrum ein schwarzer und runder Fleck, der sich allmählig ausdehnt bis er 6 bis 8 Lin. im Durchmesser hat, ehe die Blase platzt. Ich glaubte anfangs, daß dieser Ort der Blase kein Licht reflectire, allein als ich ihn nahebei betrachtete, erkannte ich, daß man darin noch ein schwaches Bild der Sonne oder einer Kerze erkennen kann“.

Hr. Eisenlohr hat eine einfache und bequeme Methode angegeben, um die Reihenfolge der bei einer Dickenveränderung des Blättchens auftretenden Farbenringe zu erhalten. Zu dem Ende bringt er Seifenwasser in eine Flasche, verschließt sie und erzeugt darin durch Schütteln ein transversales Blättchen. Hierauf versetzt er die Flasche mittelst einer sog. Centrifugalmaschine in rasche Rotation. Man sieht alsdann sehr regelmäßige Ringe entstehen: die

1) Wahrscheinlich eine hemisphärische Blase auf einer Glasplatte.



in der Mitte einen sehr scharf begränzten schwarzen Kreis besitzen.

Diese Methoden sind nicht sehr bequem, weil es schwierig ist, alle Theile des Blättchens unter einem constanten und bestimmten Winkel zu beobachten; die Beleuchtung des Blättchens ist ebenfalls schwierig, und endlich kann man das Phänomen nur wenigen Personen zeigen.

Ich habe geglaubt, daß es Vorzug hätte, verticale Blättchen anzuwenden. Fig. 8, Taf. VI repräsentirt in seiner Gesamtheit den Apparat, dessen ich mich hiezu bediente. Er besteht aus einem Drahtringe von Kupfer *AB*, der wenigstens 5 Mllm. dick ist und einen inneren Durchmesser von etwa 15 Centm. hat. Der Draht ist bei *BCD* gebogen und steckt in einem Loch, das eine Holzplatte excentrisch durchbohrt, so daß sich der Ring über der Mitte des Centrums befindet.

Um ein Blättchen zu bilden, gießt man die Flüssigkeit in eine hohle Schüssel von Steingut, in deren Rand man mit einer Feile einen Ausschnitt gemacht hat, um den Stift *CD* aufzunehmen; auf diese Weise braucht man nur sehr wenig Flüssigkeit auf den Boden der Schüssel zu gießen. Es ist wichtig für die Dauer und Regelmäßigkeit der Blättchen, daß der Draht, welcher den Ring bildet, eine große Dicke habe, weil dieser dann sehr eben bleibt und folglich das Blättchen auch. In Folge deß wird die Oberfläche des Drahts von einer großen Menge Flüssigkeit benäset, welche allmählich abfließt und die Dauer des Blättchens unterhält. Obgleich das Metall leicht von der Glycerinflüssigkeit benäset wird, so verstärkt man doch das Anhaften der Flüssigkeit an demselben, wenn man den Draht mit einer dünnen Schicht einer Auflösung von Guttapercha in Schwefelkohlenstoff bestreicht.

Die Scheibe *EF* (Fig. 8, Taf. VI), welche den Ring trägt, ruht auf einem Gestell *GH* mit Getriebe. Sobald das Blättchen beim Herausziehen des Ringes aus der Flüssigkeit entstanden ist, bringt man den Ring an seinen Ort und bedeckt ihn mit einer Glasglocke.



Folgendes beobachtet man, wenn man z. B. diffuses Licht mit dem Blättchen auffängt, und, was am bequemsten ist, unter einem Winkel von  $45^\circ$  betrachtet. Anfangs, wenn das Blättchen eben gemacht ist, sieht man Streifen von hoher Ordnung, insgemein rothe und grüne, welche regelmäsig und langsam herabsinken, während oben Streifen niederer Ordnung entstehen, unter Gestalt eines Kreis-segments; endlich bekommt man oben den Streifen erster Ordnung, welcher einen intensiven Metallglanz annimmt, und dessen Färbung bei fast normaler Incidenz, nicht unter Gelb hinabsinkt. Dieser Streifen breitet sich immer mehr aus und nach einer halben oder drei Viertel-Stunden zeigt das ganze Blättchen zuletzt die gleichförmig gelbe Farbe des Streifens erster Ordnung, zuweilen bildet sich nach unten hin eine Reihe sehr feiner und sehr gedrängter Streifen. Betrachtet man das Blättchen durch ein rothes Glas, so erkennt man leicht, vermöge der schwarzen Fransen, die Anzahl der Streifen verschiedener Ordnung, die in einem gegebenen Momente da sind; die schwarzen Streifen sind bald scharf begrenzt, bald sehr verwaschen, und an ihren Rändern wie verwischt. Uebrigens erhält man niemals bei zwei einander folgenden Versuchen genau dieselben Resultate, sowohl in Betreff der Dauer des Blättchens, als der Vertheilung der Farben.

Man beobachtet beständig einen aufsteigenden Strom in der Mitte des Blättchens und zwei absteigende Ströme nach den Rändern hin.

Wenn der Streifen erster Ordnung sich oben gebildet und eine gewisse Entwicklung erlangt hat, sieht man darüber, dicht am Draht ein vollständig schwarzes Segment entstehen, welches nach und nach zunimmt und sehr scharf durch eine gerade Linie von dem Gelben getrennt ist. Wenn dieses schwarze Segment eine gewisse Entwicklung erreicht hat, zerreißt das Blättchen. Ich habe auf diese Weise Blättchen erhalten, die sich zuweilen länger als eine Stunde hielten, selbst in freier Luft.

Man kann die Farben auch durch Refraction sehen,

wenn man unter einer etwas großen Neigung durch das Blättchen schaut; die Farben sind dann sehr lebhaft; das Segment, welches bei Reflexion schwarz erscheint, ist dagegen bei Refraction vollkommen weiß. Es scheint übrigens, sagt Hr. Eisenlohr, indem er von dem von ihm erhaltenen centralen schwarzen Fleck der Ringe spricht, daß diese plötzliche Veränderung der Farbe des Blättchens davon hergeleitet werden muß, daß die Dicke des Blättchens, da sie von einer sehr beschränkten Anzahl von Molecülen gebildet wird, in einem Punkt eine plötzliche Verringerung dieser Anzahl geben müsse und die Dicke sich vielleicht auf nur zwei Molecüle reducirt finde.

Im Contact mit dem schwarzen Segment scheint die Dicke dem Maximum des Gelb zu entsprechen, was eine Dicke von  $\frac{1}{2}\lambda$  gäbe, wenn  $\lambda$  die Wellenlänge des Gelben in der angewandten Flüssigkeit ist. In dem schwarzen Fleck ist die Dicke geringer als eine Viertelwellenlänge des Violetts. Wenn man in einem Spectroskop mit verticaler Spalte das von irgend einer Gegend des Blättchens reflectirte Licht auffängt, so gewahrt man ein Spectrum, durchzogen von schiefen, von oben nach unten geneigten Streifen, vom Violett gegen das Roth, herrührend von der Dickenveränderung des Blättchens in der Ausdehnung des Gesichtsfeldes. Macht man die Spalte horizontal, so sind die dunklen Streifen vollkommen gerade. Da die Dicke der Flüssigkeit vermöge ihres Abfließens allmählich dünner wird, so sieht man die Streifen im Spectrum sich verschieben vom Roth gegen das Violett, wo sie verschwinden. Eine analoge Verschiebung der dunklen Streifen, in diesem oder jenem Sinne, sieht man entstehen, wenn man den Knopf des Getriebes des Lampengestells dreht; wenn man letzteren hinaufdreht, so sieht man neue Streifen im Violett entstehen und allmählich gleiten und sich gegen das Grün zusammen ziehen; das Umgekehrte findet statt, wenn man die Lampe hinabläßt.

Man kann diese verschiedenen Versuche durch Pro-

jection  
die T  
E  
flexio  
Horiz  
parat  
ein c  
besti  
zu b  
diese  
Blätt  
deter  
von  
des  
Lich  
jicir  
das  
bren  
einer  
eina  
dünn  
rend  
v  
von  
Spie  
hinf  
refle  
eina  
über  
lich  
mor  
und  
mit  
und  
nun  
fses  
siel

jection anstellen; und selbst kein Versuch ist geeigneter, die Theorie der Farbenringe dünner Blättchen darzuthun.

**Erster Versuch: Farben dünner Blättchen durch Reflexion und Transmission.** — Die Fig. 9, Taf. VI giebt in Horizontalprojection die Einrichtung der angewandten Apparate.  $AA'$  ist die Oeffnung der dunklen Kammer,  $BB'$  ein opaker Schirm, getragen von einem Fuß und dazu bestimmt, das auf das dünne Blättchen fallende Bündel zu begrenzen, die kreisrunde Oeffnung des Schirms hat dieselbe Dimension wie das Blättchen.  $CC'$  ist das dünne Blättchen, unter einer Glocke auf dem in Fig. 8 abgebildeten Gestelle stehend.  $DD'$  ist eine achromatische Linse von etwa 20 Centm. Brennweite, bezweckend, das Bild des dünnen Blättchens mit den vom durchgegangenen Lichte herrührenden Farben auf den Schirm  $MM'$  zu projiciren.  $EE'$  ist eine mit  $DD'$  identische Linse, welche das an  $CC'$  reflectirte Bild auffängt; in ihrem Hauptbrennpunkt befindet sich ein kleiner Metallspiegel auf einem Gestell, welches eine Drehung nach zwei gegeneinander winkelrechten Axen gestattet;  $I_1$  ist das Bild des dünnen Blättchens mit den vom reflectirten Licht herrührenden Farben.

Vermöge des Schirms  $BB'$  ist das Bild  $I_1$  umgeben von einem dunklen Raum, auf welchen man mittelst des Spiegels  $FF'$  das vom reflectirten Licht herrührende Bild einführt. Man kann die vom durchgelassenen, und vom reflectirten Lichte in einer selben Horizontale nebeneinander stellen, und kann sogar, indem man beide Bilder über einander greifen läßt, zeigen, daß der gemeinschaftliche Theil nur weißes Licht enthält. Gebraucht man monochromatisches rothes Licht, so kann man die Maxima und Minima in beiden Bildern alterniren. Man kann mittelst des Getriebes das Blättchen langsam heben und senken und somit die Ringe der verschiedenen Ordnungen successive projiciren. Wenn in Folge eines Stosses eine Störung in dem flüssigen Blättchen erfolgt, so sieht man die Farben sich mischen und zugleich flüssige

Ströme, gefärbt von complementären Farben, in beiden Bildern entstehen. Die Färbungen sind in diesen Projectionen eben so lebhaft wie in denen, die man mittelst polarisirten Lichtes und dünner Gypsblättchen erhält.

*Zweiter Versuch: Dunkle Streifen mit homogenem Licht.*—

Um zu zeigen, daß die schwarzen Streifen einen ungleichen Abstand haben, je nach der Wellenlänge des Lichts, welches das dünne Blättchen beleuchtet, richtet man den Versuch so ein, wie es Fig. 10, Taf. VI zeigt. Man stellt an der Lichtforte eine schmale Spalte auf.

Das dünne Blättchen  $DD'$  befindet sich im conjugirten Brennpunkt der Oeffnung in Bezug auf die Linse  $CC'$ , um so gleichsam den Schirm zu vertreten, auf welchem das von der Dazwischensetzung des Prisma  $P$  herrührende Spectrum sich bildet. Das Spectrum muß breiter seyn als das dünne Blättchen, um die Farben des von diesem reflectirten Lichts verändern zu können. Mittelst der Linse  $EE'$  projecirt man das Bild des Blättchens auf den Schirm  $MM'$ .

Wenn das Spectrum nicht zu breit ist, reflectirt das Blättchen zugleich mehrere Farben; sein Bild ist durchfurcht von schwarzen Streifen, die nicht horizontal, sondern geneigt sind, und nach Seite des Violett gedrängter liegen, als nach Seite des Roth. Durch Drehung des Prisma verändert man die Farben, welche das Blättchen beleuchten, und zugleich den Abstand der dunklen Streifen in dem projecirten Bilde.

*Dritter Versuch: Spectralanalyse des von dem dünnen Blättchen reflectirten Lichts.* — Die verschiedenen Apparate sind geordnet wie es Fig. 11, Taf. VI zeigt. Das durch eine schmale Spalte eintretende Licht wird an einem  $45^\circ$  gegen das einfallende Bündel geneigten Blättchen von Glycerinflüssigkeit reflectirt;  $DD'$  ist die Projectionslinse; der Schirm befindet sich im conjugirten Brennpunkt der Oeffnung in Bezug auf die Linse  $DD'$ , in  $EE'$  ist ein Prisma und endlich in  $FF'$  ein kleiner Metallspiegel, der sich im Hauptbrennpunkt der Linse  $DD'$  befindet; mittelst

des Sc  
gegang  
durchz  
unten  
fen ka  
chen h  
letts g  
erster  
den bl  
Zweife  
werden

X.  
raus  
Stre

Die  
Eins i  
schnit  
Maafs  
wegt  
Beide  
nomm  
die ei  
dassel  
der B  
also,

1) R.  
sti  
di  
Fog

des Schirms  $GG'$  fängt man das durch die dünne Lamelle gegangene Licht auf. Das in  $J$  erhaltene Spectrum ist durchzogen von schiefen Streifen, die von oben nach unten vom Violett gegen das Rothe neigen. Diese Streifen kann man verschieben, wenn man das dünne Blättchen hebt oder senkt, und kann sie nach Seite des Violetts ganz verschwinden machen, wenn man zum Streifen erster Ordnung gelangt. Diese Projectionsversuche wurden bloß mit Sonnenlicht gemacht; allein es leidet keinen Zweifel, daß sie auch mit elektrischem Lichte gelingen werden, der erstere sogar mit Drummond'schen Licht.

---

X. *Ueber die von W. Weber und R. Kohlrausch gegebene Zurückführung der elektrischen Strom-Messungen auf mechanisches Maass<sup>1)</sup>; von F. Kohlrausch.*

---

Die obige Bestimmung hatte ergeben, daß bei dem Strome Eins in absolutem magnetischen Maasse durch den Querschnitt der Kette in einer Secunde die in mechanischem Maasse gemessene Elektrizitätsmenge  $\pm 15,537 \cdot 10^{10}$  bewegt wird. Als Grundeinheiten gelten Mm. und Sec. Beide Elektrizitäten werden gleich stark bewegt angenommen; setzt man, was jetzt gewöhnlich geschieht, die eine Elektrizitätsart als ruhend voraus, oder, was auf dasselbe hinauskommt, nimmt man die algebraische Summe der Bewegungen beider, so gilt das Doppelte obiger Zahl, also, mit Weglassung der Potenzen von 10, 31,07.

1) R. Kohlrausch und W. Weber. Elektrodynamische Maassbestimmungen. Abh. d. K. Sächs. Ges. d. Wiss. V. 221, (1856) und diese Ann. Bd. XCIX, 10.

In den letzten Jahren sind mehrere Bestimmungen derselben Constante ausgeführt worden. Dabei fand Hr. Maxwell<sup>1)</sup> 28,8, Hr. King<sup>2)</sup> 28,2, Hr. M'Kichan<sup>3)</sup> 29,3. Die beiden letztgenannten Messungen sind in dem Laboratorium von Hrn. W. Thomson ausgeführt worden, wobei die Beobachtungen von King nur die Vorläufer derer von M'Kichan zu seyn scheinen.

Diese Zahlen sind etwas kleiner als die obige, und die Hrn. Maxwell und M'Kichan glauben den Unterschied darauf zurückführen zu müssen, daß das Verfahren von Weber und R. Kohlrausch seiner Natur nach einen etwas zu großen Werth ergeben habe. Diese Ansicht ist es, auf welche die vorstehende Bemerkung sich bezieht.

Nachdem nämlich Hr. Maxwell<sup>4)</sup> mit Recht gesagt hat, daß die Rückstandsbildung (*electric. absorption*) einer Leidener Flasche die Messung der in ihr enthaltenen Elektrizitätsmenge erschwert, fügt er hinzu: Da die Zeit zum Ablesen des Elektrometers groß sey gegen die Entladungszeit einer Leidener Flasche, so sey es wahrscheinlich, daß die entladene Elektrizitätsmenge zu hoch gefunden wurde.

Hr. M'Kichan schließt sich dieser Ansicht an und bemerkt seinerseits noch, die Natur der Rückstandsbildung sey damals noch nicht gut verstanden gewesen.

Ich verstehe zunächst die letztere Bemerkung nicht gut, da mir überhaupt nicht bekannt ist, von welcher Seite die Kenntniß des elektrischen Rückstandes, seit den Arbeiten von R. Kohlrausch<sup>5)</sup> über diesen Gegenstand, wesentlich gefördert worden ist; zum wenigsten in der hier in Betracht kommenden Richtung.

1) Maxwell, *Rep. Brit. Assoc.* 1869, 436; *Phil. Trans.* 1868, p. 643 bis 652.

2) King, *Rep. Brit. Assoc.* 1869, p. 434.

3) M'Kichan, *Phil. Trans.* CLXIII, (1) p. 409 bis 427. 1874.

4) Maxwell, *Treatise on electricity*, II, p. 371 u. 372.

5) R. Kohlrausch, diese Ann. Bd. XCI, S. 56 bis 82; S. 179 bis 214. 1854.

Dem Einwurf Maxwell's gegenüber aber möchte ich folgende Punkte hervorheben. Erstens ist die Untersuchung des elektrischen Rückstandes von R. Kohlrausch gerade *zum Zweck* der Vergleichung der magnetischen und der mechanischen Stromeinheit unternommen worden; die bei letzterer Arbeit angewandte Leidener Flasche wurde besonders untersucht und als eine vorzüglich brauchbare (der *gesamte* Rückstand belief sich nur auf 4,5 Proc. der Ladung) gewählt (Leipz. Abh. V, S. 235). Durch eine besondere Beobachtungsreihe ist ferner der Nachweis geliefert worden, daß die disponibele Ladung, d. h. die bei kurz dauernder Schließung einer Leidener Flasche entladene Elektricitätsmenge, von dem gebildeten Rückstand unabhängig, in jedem Falle dem Potential der Flasche proportional ist (Ann. Bd. XCI, S. 65 bis 68).

Bei der Vergleichung der Stromeinheiten kam nun die Rückstandsbildung an zwei Stellen in Betracht. Erstlich wurde die Vertheilung der Elektricitätsmenge zwischen der geladenen Flasche und einer momentan mit ihr berührten großen Kugel bestimmt, indem mit dem Sinus-Elektrometer das Potential der Flasche unmittelbar vor der Berührung und thunlichst bald nachher gemessen wurde. Bis zur zweiten Messung verstrich natürlich einige Zeit (selten mehr als 40<sup>sec</sup>). Wie die Rückstandsbildung und der Elektricitätsverlust während dieser Zeit eliminirt worden sind, findet sich S. 238 der Abhandlung angegeben.

Die zweite Gelegenheit, den Rückstand in Rechnung zu setzen, ergab sich bei der Zwischenzeit zwischen der Verbindung der Flasche mit der großen Kugel, zum Zwecke der absoluten Messung ihrer Elektricitätsmenge, und dem Augenblick der Entladung durch den Multiplikator. Die, übrigens fast verschwindende Correction ist S. 250 vorgenommen worden.

Hiermit dürfte der besprochene Einwand erledigt seyn.

Aber ich möchte mir zum Schluß noch erlauben, die Ansicht auszusprechen, daß der Unterschied des Resultates



von Weber und R. Kohlrausch gegen diejenigen von Maxwell und von M'Kichan gar nicht so groß ist, um hier oder dort nach einer besonderen Fehlerquelle suchen zu müssen. Die Arbeiten betreffen eine der schwierigsten Aufgaben der messenden Physik, und aus diesem Grunde ist es nicht zu verwundern, wenn die Resultate mit einem verhältnißmäßig großen Beobachtungsfehler behaftet sind. Weber und R. Kohlrausch lassen für die von ihnen gefundene Zahl 31,07 einen Fehler von 2 Proc. zu; auch die anderen Verfasser heben die großen Schwierigkeiten hervor, welche sie bei ihren Messungen überwinden mußten, und selbst die Schluß-Beobachtungen zeigten unerwartete und unerklärte Unregelmäßigkeiten. So liegen die von M'Kichan erhaltenen Mittelwerthe der einzelnen Beobachtungstage zwischen 29,1 und 29,8, die *einzelnen* Zahlen gehen von 29,0 bis 30,4. Auf noch eine andere mögliche Unsicherheit weisen die Verfasser selbst hin. Ihre Bestimmung ist nämlich auf die Ohm als Widerstandseinheit gegründet, und in demselben Verhältniß, wie deren Werth etwa einer Correction bedarf, werden auch ihre Resultate geändert. Falls diese Correction in dem Sinne und Betrage ausfällt, welchen ich nach meinen Versuchen für wahrscheinlich halten muß (Ann. Ergänzungsbd. VI, S. 34), so ändert sich Maxwell's Resultat in 29,4, der Mittelwerth von M'Kichan in 29,9, sein größter Werth wird sogar 31,0, kommt also dem von Weber und R. Kohlrausch gefundenen gleich.

Mir erscheint dieses Maafs der Uebereinstimmung in den Ergebnissen einer der schwierigsten Messungen vorläufig als ein sehr befriedigendes und, in Anbetracht der ganz verschiedenen bei den einzelnen Arbeiten eingeschlagenen Wege, als eine hervorragende Bestätigung der elektrischen Gesetze.



**XI. Bemerkungen zu einer Untersuchung  
des Hrn. Edlund;  
von G. Helm,**

Oberlehrer an der Annen-Realschule in Dresden.

In diesen Ann. Bd. 156, S. 251 veröffentlicht Hr. Edlund Versuche, welche beweisen, daß die Stromstärke in einem Schließungsbogen, in welchem die Verbindung zweier festen Punkte *a* und *b* durch einen geradlinigen Leiter hergestellt wird, der sich in Richtung des Stromes bewegt, größer ist, als bei durchgängig festem Schließungsbogen (bei entgegengesetzter Bewegung kleiner). Hr. Edlund ist der Meinung, dadurch einen experimentellen Beweis für die von ihm schon früher (die Citate a. a. O.) ausgesprochene Ansicht geliefert zu haben, daß der Widerstand proportional der Stromstärke sey. Diese Folgerung scheint mir aber keine zwingende zu seyn.

Die Erregungen, welche elektrischer Strom genannt werden, bedürfen Zeit, um sich fortzupflanzen. Ist die Geschwindigkeit dieser Fortpflanzung nicht unendlich groß gegenüber der dem Leiterstück ertheilten Geschwindigkeit, so durchläuft jede einzelne elektrische Erregung gar nicht die ganze Länge *ab*, sondern nur diese Länge vermindert um das Stück, um das während die elektrische Erregung das bewegliche Leiterstück durchläuft, dieses selbst sich verschoben hat. Aus diesem Grunde muß offenbar der Widerstand, als proportional der Länge des Leiters, kleiner seyn denn bei durchgängig festem Schließungsbogen. Umgekehrt bei entgegengesetzter Bewegung des Stromes gegen den Leiter. Demgemäß ergibt sich

$$J = \frac{E}{W} \left( 1 + \frac{wc}{WC} \right) \dots (1),$$

wo *J*, *E*, *W* Stromstärke, elektromotorische Kraft, Gesamtwiderstand bedeuten, *C* die Geschwindigkeit der Elektricität im Leiterstück *ab*, endlich *w* und *c* Wider-

stand und Geschwindigkeit dieses Leiterstückes. Bei Herleitung der Formel sind höhere Potenzen von  $\frac{c}{C}$  vernachlässigt worden. Nach Edlund ergibt sich die Stromstärke (a. a. O.) zu

$$J = \frac{E \pm \kappa c q v}{W} \quad . . . . . (2),$$

wo  $q$  der Querschnitt des beweglichen Leiterstückes,  $\kappa$  eine Constante. Das obere oder untere Zeichen gilt, je nachdem  $c$  und  $C$  gleiches oder entgegengesetztes Zeichen haben. Man kann sich leicht überzeugen, daß die sämtlichen von Edlund entdeckten Erscheinungen, soweit sie wenigstens a. a. O. aufgeführt sind, sich durch Fig. 1 ebensogut wie durch Fig. 2 erklären lassen. Nun gehört aber zu Edlund's Ansichten über die elektrische Strömung auch die, daß die letztere eine mit endlicher Geschwindigkeit erfolgende Strömung des Aethers sey. Aus dieser Hypothese allein folgt nothwendig in obiger Weise Fig. 1, d. h. die Erklärung der Erscheinungen. Die Erscheinungen beweisen demnach nichts für alle anderen Edlund'schen Annahmen, wie z. B. für die, daß der Widerstand der Stromstärke proportional sey.

Uebrigens liegt ein Bedenken gegen Fig. 2 wohl auch darin, daß nach ihr durch Bewegung des Leiterstückes  $ab$  allein, ohne daß im Schließungsbogen elektromotorische Kräfte thätig wären, ein Strom erzeugt werden müßte. Da Edlund's Versuche so angestellt waren, daß die Differenz des bei bewegtem und des bei unbewegtem Leiter auftretenden Stromes beobachtet wurde, so hätte ein solcher Strom bei den Versuchen kaum unbemerkt bleiben können.

Wenn ich nach dem Gesagten den von Edlund aus seinen Versuchen gezogenen Folgerungen nicht beipflichten kann, so erscheinen mir die Versuche nach einer anderen Seite hin von besonderer Bedeutung zu seyn. Sie sind nämlich nicht zu erklären, — wenigstens nicht ohne Zuhülfenahme sehr erkünstelten Nebenhypothesen —, wenn

man sich den Strom als die Bewegung zweier Fluida in entgegengesetzter Richtung denkt. Denn dann wird offenbar bei Bewegung des Leiterstückes *ab* der Weg des einen Fluidums um so viel verlängert, als der des andern verkürzt wird; die Summe der Widerstände, die beide erleiden, und in Folge dessen die Stromstärke, bleibt also ungeändert. Demnach spricht die von Eddlund entdeckte Erscheinung *gegen* die Hypothese, daß der Strom die Bewegung zweier Fluida in entgegengesetzter Richtung sey.

---

**XII. Ist Oersted oder Schweigger der  
Entdecker des Elektromagnetismus?  
von Felix Klein.**

Prof. d. Mathematik am Polytechnicum in München.

---

Vor zwei Jahren erschien in der Schweigger'schen Buchhandlung (Berlin) eine anonyme Brochüre, welche die in der Ueberschrift bezeichnete Frage aufwirft bez. nach. Meinung des Verf. zu Gunsten Schweigger's entscheidet. Diese Brochüre scheint durch Versendung seitens des Autors vielfache Verbreitung gefunden zu haben. Ein ebenfalls anonymes Auszug aus derselben, wegen dessen Entstehung man die Vorrede der Brochüre vergleichen mag, fand Aufnahme in die „Zeitschrift für Mathematik und Physik“ (Bd. XVIII, S. 609 bis 612) und über diesen Auszug giebt ein Referat in den „Fortschritten der Mathematik“ (Bd. V, S. 9), für welches übrigens der Referent und nicht die Redaction verantwortlich ist, folgenden Aufschluß:

„Der anonyme Verf. zeigt, daß Schweigger schon im Jahre 1808 die elektromagnetische Abweichung der Magnethadel nachgewiesen hat, während die Entdeckung durch Oersted aus dem Jahre 1820 stammt. Er zeigt

auch, daß Oersted Schweigger's Arbeit gekannt haben muß, und giebt hinreichende Gründe dafür, weshalb Schweigger's Entdeckung unbeachtet blieb, andererseits Schweigger nicht selbst seine Prioritätsansprüche geltend gemacht hat“.

Auf diese Publicationen wurde ich neuerdings von einem befreundeten dänischen Gelehrten aufmerksam gemacht, und ich glaubte, so fern mir der Gegenstand an sich liegt, doch mich seiner Aufforderung nicht entziehen zu sollen, der Auffassung Ausdruck zu geben, welche sich Jedem von selbst aufdrängt, der einigermaßen in diesen Fragen orientirt ist.

*Die Behauptung des anonymen Verfassers ist völlig grundlos.* Es handelt sich bei dem Schweigger'schen Experimente um gar keine elektromagnetische Erscheinung. Schweigger benutzte die Richtkraft der Magnetnadel, um bei elektrostatischen Versuchen die Torsion des Fadens der Drehwaage zu ersetzen <sup>1)</sup> — gewiß ein, in der damaligen Zeit, sehr werthvoller Gedanke, der aber in keiner Beziehung zur Prioritätsfrage steht. Die entgegenstehenden Deductionen des Verf. beruhen entweder auf voller Unkenntniß oder sind, wie man an einigen Stellen annehmen möchte, auf die Unkenntniß des Lesers berechnet —. Schweigger selbst würde, wenn er noch lebte, gewiß der Erste gewesen seyn, welcher die seiner Idee gegebene falsche Auslegung und die ihm zugedachte Ehre zurückgewiesen haben würde.

So selbstverständlich hiernach die Sache liegt, so schien es mir doch nützlich, auf dieselbe ausdrücklich aufmerksam zu machen, nachdem die Behauptungen des Anonymen Eingang in verschiedene Zeitschriften gefunden haben und in unberufenen Kreisen allseitiges Schweigen als allseitige Zustimmung aufgefaßt werden könnte.

München, März 1876.

1) Ueber die Benutzung der magnetischen Kraft beim Messen der elektrischen (Gehlen's Journ. d. Phys. u. Chem. VII. 1808).

**XIII. Beitrag zur Bestimmung des mechanischen  
Wärmeäquivalentes;  
von J. Puluj,**

Assistenten an d. k. k. Marine-Akademie in Fiume.

(Mitgetheilt von Hrn. Verf. aus Bd. 73 d. Berichte der Wien Akad.)

Ich habe mit dem Apparate, dessen Beschreibung und Theorie meine erste Abhandlung<sup>1)</sup> enthält, eine neue Versuchsreihe zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalentes angestellt.

Die Versuchsmethode wurde in der Weise abgeändert, daß nicht bei senkrechter, sondern bei einer beliebigen Stellung des Fadens gegen den Balken experimentirt wurde.

Das in der erwähnten Abhandlung beschriebene Holzdreieck, welches so aufgestellt wurde, daß der Holzbalken längs der einen und der Faden längs der zweiten Kathete desselben fiel, gestattete den Winkel  $\varphi$  zu bestimmen, welchen der Balken bei entsprechender Belastung mit jener ersten Kathete des Holzdreieckes einschloß. Während des Versuches wurde der Faden durch das Verschieben der Rolle mit den auf dem Holzdreieck gezogenen Linien immer parallel erhalten und der Winkel  $\varphi$  so oft als möglich abgelesen. Die Ablesung der Winkel machte Hr. Prof. G. Bauer; ich zählte die Anzahl der Umdrehungen und machte die Temperaturablesungen.

In der nachfolgenden tabellarischen Zusammenstellung bedeutet  $\varphi$  das arithmetische Mittel jener Winkelablesungen und  $a$  die Anzahl derselben. Die übrigen Buchstaben haben ihre frühere Bedeutung;  $\alpha$ ,  $\theta$  und  $\theta_0$  sind in Centesimal-Graden,  $P$  in Grammen, und das mechanische Wärmeäquivalent  $J$  in Kilogrammen angegeben. Nach dem jedesmaligen Versuche wurde die Temperatur des

1) Sitzber. d. Akad. d. Wiss. II. Abth. April-Heft, Jahrg. 1875. (Auch S. 437 dieses Bandes d. Ann.)

Calorimeters erst nach Ablauf von 15 Secunden auf  $\frac{1}{100}$  eines Reaumur'schen Grades genau abgelesen.

Der numerischen Berechnung liegen folgende Zahlen zu Grunde: Es war das Gewicht:

des äußeren Kegels . . . . .	22,157 Gramm
des inneren Kegels . . . . .	40,224 „
des Quecksilbers im Calorimeter	187,623 „
des „ im Thermometer	13,562 „

Für das Gewicht der Thermometerkugel sammt einem Stück der eingetauchten Glasröhre wurde 0,49 Gramm angenommen, ferner als specifische Wärme nach Regnault gesetzt

für Eisen . . . . .	0,11379,
„ Quecksilber . . . . .	0,33332,
„ Glas . . . . .	0,19768.

Die Versuche, deren Resultate ich hier folgen lasse, sind nach der Formel

$$J = \frac{2\pi t P}{c(\theta - \theta_0)} \left(1 - \frac{Rt}{2}\right) t \cos \varphi$$

berechnet worden. An der Temperaturzunahme des Calorimeters wurde wegen der späteren Ablesung der Temperatur  $\theta$  eine Correction

$$A = 0,000963 \cdot 15 (\theta - \alpha)$$

angebracht. Die Reibung der Rolle betrug 0,241 Gramm, welche vom jedesmaligen  $P$  in Abzug zu bringen sind.

No.	Datum	$\alpha$	$\theta_0$	$\theta$	$\theta - \theta_0$	$n$	$\varphi$	$\alpha$	$P$	$J$
1	20. März	13,2	13,4500	15,2750	1,8250	40	15° 0'	7	21,803	433,8
2		13,2	14,2500	15,6374	1,3875	30	16 0	9	21,803	493,1
3	22. "	9,4	9,8000	11,2250	1,4250	30	17 5	12	21,803	414,9
4		9,8	10,4125	11,8125	1,4000	30	17 30	14	21,803	420,5
5		10,0	10,5000	11,9000	1,4000	30	17 7	13	21,803	421,7
6		10,9	10,6875	12,0875	1,4000	30	16 10	12	21,803	426,8
7	23. "	11,5	11,6125	13,0625	1,4500	30	15 9	15	21,803	412,7
8		12,0	12,1625	13,5250	1,3625	30	14 54	16	21,803	439,8
9		12,4	11,7500	13,6875	1,9375	40	17 10	18	21,803	403,2
10		13,8	13,6875	15,9750	2,2875	50	13 59	19	21,803	435,1
11	25. "	12,5	13,9125	15,6875	1,7750	40	15 58	25	21,803	441,2
12		13,0	13,8750	15,6500	1,7750	40	18 50	24	21,803	436,0

No.	Datum	$\alpha$	$\theta_0$	$\theta$	$\theta - \theta_0$	$n$	$\varphi$	$\alpha$	$P$	$J$
13	25. März	13,0	13,7875	15,6000	1,8125	40	18° 0'	26	21,803	429,6
14		12,6	13,6500	15,5125	1,8625	40	18 6	25	21,803	417,1
15	26. "	12,1	11,9750	13,7875	1,8125	40	20 42	11	21,803	425,6
16		12,4	12,7000	14,5250	1,8250	40	21 18	18	21,803	419,6
17		12,9	13,0875	14,8875	1,8000	40	19 0	17	21,803	432,1
18		13,0	13,4125	15,2500	1,8375	40	19 0	18	21,803	425,0
19		13,1	13,7500	15,5750	1,8250	40	18 33	18	21,803	428,1
20		13,9	13,9125	15,7750	1,8625	40	18 18	17	21,803	419,9
21	28. "	13,1	12,9625	14,7750	1,8125	40	21 21	17	21,803	423,8
22		13,1	13,6125	15,4375	1,8250	40	17 47	17	21,803	428,1
23	29. "	12,4	12,4375	14,6875	2,2500	50	20 18	25	21,803	427,2
24		12,0	11,7375	13,7875	2,0500	40	21 15	4	24,803	427,4



No.	Datum	$\alpha$	$\theta_0$	$\theta$	$\theta - \theta_0$	$n$	$\varphi$	$\alpha$	$P$	$J$
25	31. März	13,9	14,2500	16,5000	2,5000	50	18° 5'	26	21,803	432,2
26		13,5	13,9250	16,2250	2,3000	50	13 39	31	21,803	432,0
27		13,3	14,2000	16,5375	2,3375	50	9 8	30	21,803	430,6
28	14. April	17,5	17,3375	19,9125	2,5750	50	13 47	37	23,803	422,9
29		17,6	18,0375	20,5625	2,5250	50	13 0	37	23,803	431,2
30		17,4	17,7500	20,2500	2,5000	50	13 30	40	23,803	434,8
31		17,1	17,8500	20,4375	2,5875	50	5 56	40	23,803	428,8
32		16,8	17,8125	20,1500	2,3375	50	9 38	39	21,803	429,7
33		16,4	17,6250	20,0625	2,4375	50	18 21	31	22,803	414,7
34	15. "	16,0	16,1375	18,5375	2,4000	50	22 51	26	23,803	429,8
35		15,0	16,1500	18,5000	2,3500	50	15 12	37	22,803	437,4

No.	Datum	$\alpha$	$\theta_0$	$\theta$	$\theta - \theta_0$	$n$	$q$	$\alpha$	$P$	$J$
36	16. April	15,4	15,5250	17,9875	2,4625	50	19°50'	35	23,803	427,6
37		15,6	16,1125	18,6000	2,4875	50	18 42	41	23,803	425,3
38	17. "	16,6	16,5625	18,0865	1,5250	30	17 44	26	23,803	423,9
39		17,0	17,3375	18,9250	1,5875	30	16 49	26	23,803	407,9
40	18. "	15,6	15,4750	17,0375	1,5625	30	14 18	13	23,803	421,3
41		16,0	16,1375	17,6875	1,5500	30	13 57	18	23,803	424,3
42		16,0	16,4875	18,0375	1,5500	30	12 55	25	23,803	424,8
43		16,0	16,7000	18,2625	1,5625	30	15 41	13	24,803	433,1
44		16,0	16,6750	18,2750	1,6000	30	14 25	19	24,803	425,6
45		16,3	16,5125	18,0750	1,5625	30	19 48	18	24,803	421,3

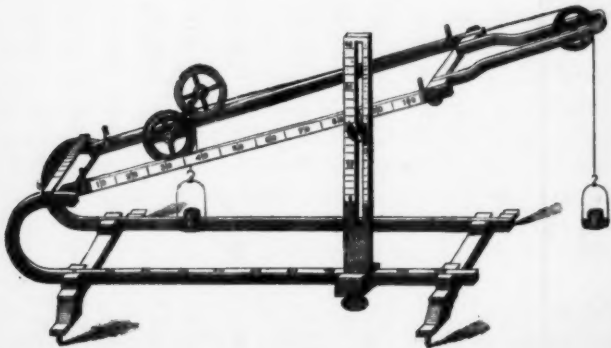
No.	Datum	$\alpha$	$\theta_0$	$\theta$	$\theta - \theta_0$	n	$\varphi$	$\alpha$	P	J
46	20. April	15,8°	15,6875	17,7375	2,0500	40	15° 30'	14	23,803	423,5
47		15,9	16,8375	18,8625	2,0250	40	9 4	16	23,803	437,7
48		17,7	17,7500	19,7875	2,0375	40	13 40	36	23,803	429,2
49		17,7	18,0750	20,1000	2,0250	40	9 17	38	23,803	437,6
50		17,4	18,7500	19,7750	1,0250	20	4 55	21	23,803	433,7
51		17,4	18,7375	19,7500	1,0125	20	1 23	16	23,803	440,5
52	22. "	16,3	16,3500	17,9875	1,6375	30	19 16	19	25,803	424,2
53		16,7	17,2125	18,9000	1,6875	30	16 46	21	25,803	416,2
54		17,9	17,8000	19,4250	1,6250	30	19 8	22	25,803	428,3
55		18,0	18,2875	19,9250	1,6375	30	17 2	25	25,803	428,7
56		18,0	18,7000	20,3625	1,6625	30	18 24	25	25,803	417,6
57		18,0	19,7125	21,3500	1,6375	30	15 10	18	25,803	427,6

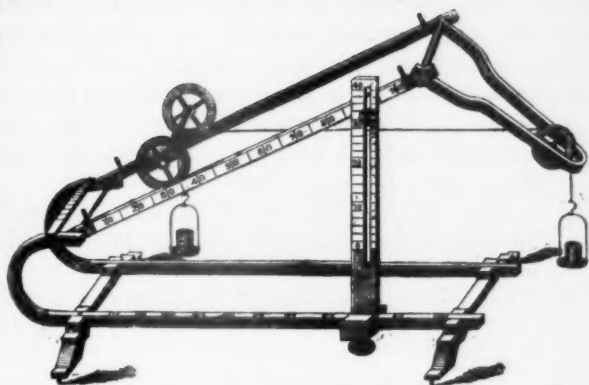
Als arithmetisches Mittel aus allen 57 Werthen des mechanischen Wärmeäquivalentes ergibt sich die Zahl 426,7 mit dem mittleren Fehler  $\pm 5,9$ , welcher Werth so wie die ältere Bestimmung  $425,2 \pm 5,4$  mit dem Joule'schen Resultate 424,9 in bester Uebereinstimmung ist. Mit Nichtberücksichtigung der aus den Versuchen 8, 9 11, 39 und 51 gewonnenen Resultate, welche am meisten vom Mittelwerthe differiren, erhält man 426,6 als Mittelzahl von 52 Werthen des mechanischen Wärmeäquivalentes.

#### XIV. *Modell der schiefen Ebene; vom Mechaniker Ernecke in Berlin.*

**D**ies Modell ist nach Angabe des Hrn. Schulraths, Prof. Bertram angefertigt.

Die schiefe Ebene ist dargestellt durch zwei parallele Eisenschienen, welche unter beliebigem Winkel gegen die Horizontale gestellt werden können.





Man kann an derselben drei Strecken messen:

1. Die Länge der schiefen Ebene, d. h. die Strecke vom Drehpunkt bis zu der lothrechten Eisenstütze, welche die Ebene in ihrer Länge hält.
2. Die Basis d. h. die waagerechte Strecke vom Drehpunkt bis zur Stütze, dieselbe wird an dem horizontalen Fußgestell abgelesen.
3. Die Höhe d. h. das Loth vom Endpunkt der ersten Strecke bis zu einer durch den Drehpunkt gelegten Waagerechten; sie sind an der Stütze abgelesen, deren Nullpunkt in der Höhe des Drehpunktes liegt.

Die Last auf der schiefen Ebene kann auf zweierlei Weise festgehalten werden, entweder durch einen Zug parallel der schiefen Ebene, oder durch einen waagerechten Zug. Der Bügel, welcher die Rolle trägt, ist drehbar, die ziehende Schnur kann also entweder parallel der schiefen Ebene, oder horizontal gelegt werden. Die doppelte Theilung an der geschlitzten Stütze dient dazu, die horizontale Lage der Schnur zu beurtheilen.

Bei jedem Versuche bringt man zunächst den Lastträger, d. h. die zweirädrige Axe mit ihrer Schale, ins Gleichgewicht mit der Schale, welche an der Schnur

hängt. Dies geschieht durch Tara - Gewichte. Sodann bestimmt man Last und Zugkraft, d. h. die Gewichte, welche in der Lastschale und in der Zugschale sich das Gleichgewicht halten, mit Hülfe der gemessenen Strecken.

1. Wenn die Schnur der schiefen Ebene parallel läuft, so verhält sich die Last zum Zuge, wie die Länge der schiefen Ebene zur Höhe.

Ist z. B. die Länge 80, die Höhe 40, so werden 20 Grm. in der Lastschale gehalten durch 10 Grm. in der Zugschale.

2. Läuft die Schnur waagerecht, so verhält sich die Last zum Zuge, wie die Basis der schiefen Ebene zur Höhe.

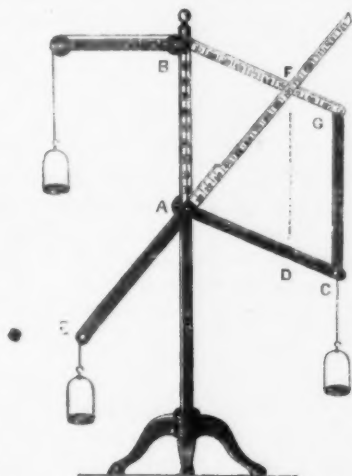
Ist z. B. die Basis 40, die Höhe 30, so werden 40 Grm. in der Lastschale von 20 Grm. in der Zugschale gehalten.

Um den Unterschied der beiden Fälle deutlich zu machen, sind solche Lagen der schiefen Ebene zweckmäßig, in denen die drei Strecken durch ganze Zahlen ausgedrückt werden, wie z. B. Höhe 20, Länge 29, Basis 21. Das Gewicht 20 in der Zugschale hält dann bei horizontaler Schnur dem Gewicht 21, bei paralleler dem Gewicht 29 das Gleichgewicht. Bei der Höhe 30 und der Basis 40 ist die Länge 50 und es halten 30 Grm. in der Zugschale 50 Grm. in der Lastschale das Gleichgewicht bei parallelem Zuge, während die Last bei horizontalem Zuge nur 40 Grm. beträgt.

XV. *Apparat zur Erläuterung des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte; vom Mechanikus Ernecke.*

Verlängert man die Diagonale eines Parallelogramms über den Punkt, von welchem sie ausgeht, um sich selbst, so bilden die Seiten, die von diesem Punkte ausgehen, und die Verlängerung der Diagonale die Richtungen dreier Kräfte, welche sich das Gleichgewicht halten, wenn ihre Gröößen den Längen dieser drei Linien proportional sind.

Diesen Satz zeigt der Apparat.



Der Eckpunkt des Parallelogramms ist der (weiße) Stift A, über welchen der Ring geschoben ist, an dem die drei Fäden befestigt sind, die Grööße der Kräfte ist durch die Balastungen der Schalen bestimmt, die Richtung geht längs den drei Schienen, von denen die eine AB fest, senkrecht nach oben gerichtet, die zweite AC um den

Stift  $A$  drehbar, und die dritte  $AE$ , gleichfalls um den Stift drehbar, stets in der verlängerten Diagonale des Parallelogramms  $BADF$  läuft. Die größte der Kräfte wird stets längs  $AB$  angenommen und gleich 100 festgesetzt, die der beiden anderen wird auf den Theilungen der Strecken  $BG$  und  $AF$  abgelesen.

Stellt man das Parallelogramm z. B. so, daß die Strecken  $AB = 100$ ,  $BF = 70$ ,  $AF = 80$  werden, so wird der Ring dann frei schweben, ohne den Stift zu berühren, wenn die Gewichte in den Schalen 100, 70, 80 Gramm betragen; natürlich muß man vorher das Gleichgewicht der Schalengewichte durch Tariren herstellen.

### Berichtigung.

Zum Aufsatz von H. A. Sadebeck im Bd. 156, S. 554.

Da sich bei dem Citiren der Figuren auf Taf. IV einige Druckfehler eingeschlichen haben, ist eine Erklärung der Figuren geboten.

Fig. 1. Theoretischer Zwilling des Eisens.

Fig. 2<sup>a</sup>. Eine Hexaëderfläche des Eisens.

Fig. 2. Zwilling des Weißbleierzses von Diepenlienzen nach dem Gesetz „Zwillingsaxe der Normale einer Fläche ( $a : \frac{1}{2}b : \infty c$ )“ (nicht ( $a : 3b : \infty c$ ), wie es im Text steht).

Fig. 2<sup>a</sup>. Horizontalprojection zu Fig. 2.

Fig. 3. Einfacher Oligoklaskrystall, Copie nach G. vom Rath.

Fig. 4. Oligoklaszwilling von Bodenmais, statt  $l$  und  $\bar{l}$  ist zu lesen  $y$  und  $\bar{y}$ , statt  $x$  und  $\bar{x}$  auf den unteren hinteren Flächen  $P$  und  $\bar{P}$ .

Fig. 5. Centrirapparat an einem Repetitionsgoniometer.



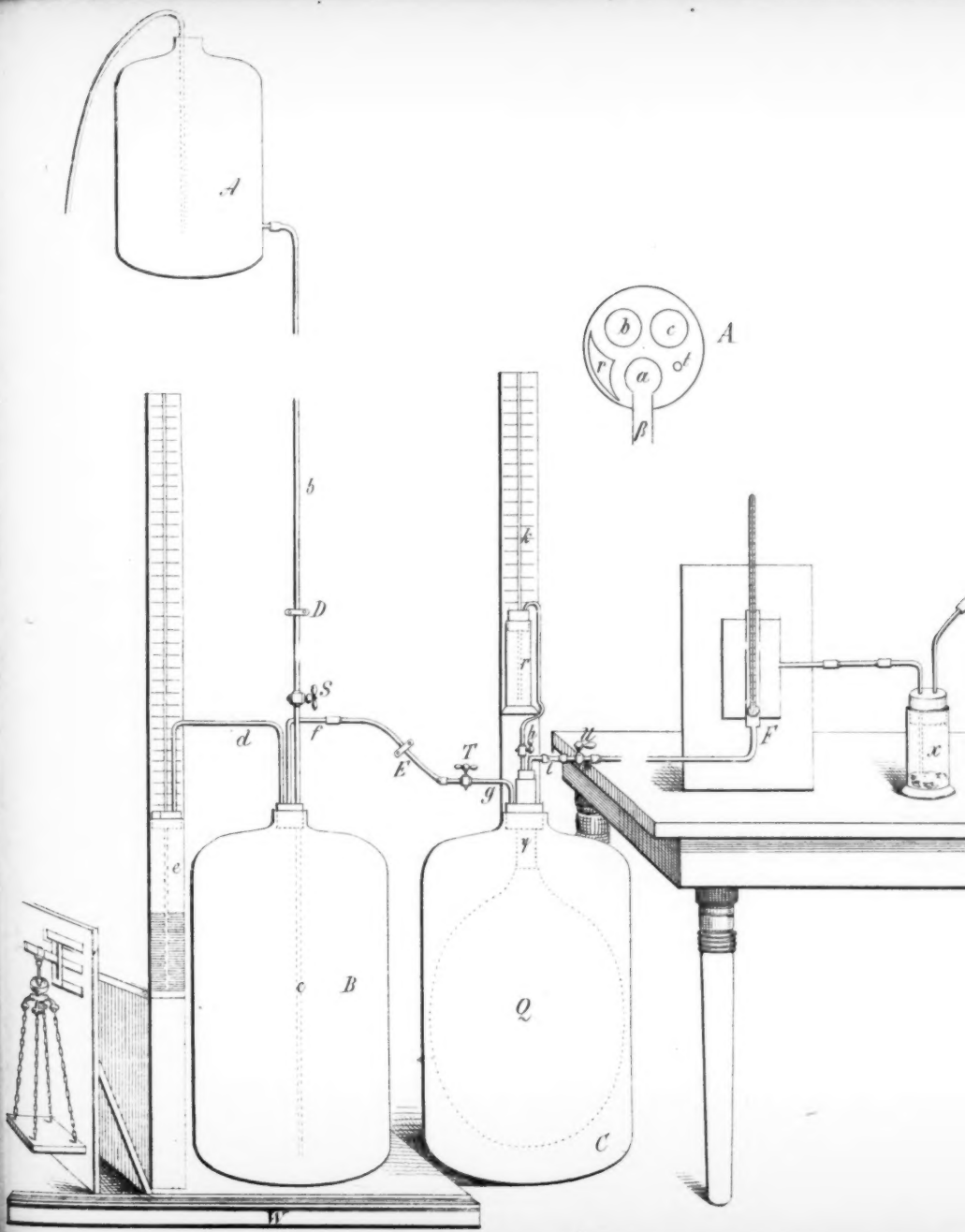
a den  
e des  
Kräfte  
estge-  
ungen

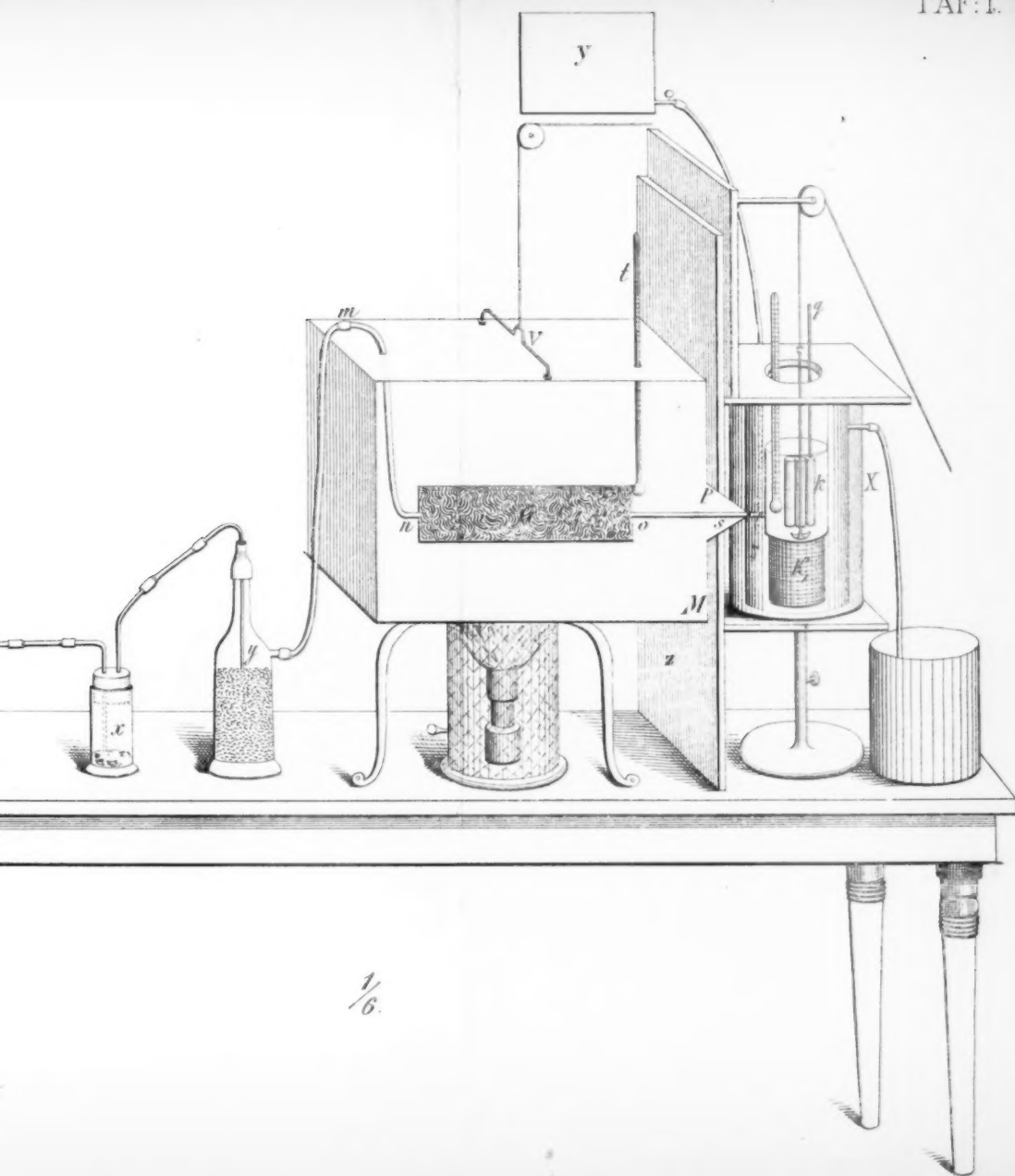
s die  
n, so  
ift zu  
0, 70,  
r das  
her-

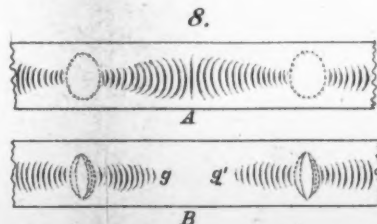
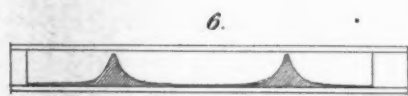
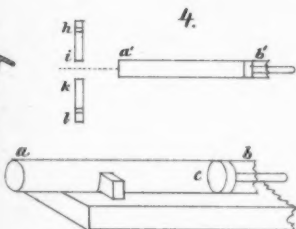
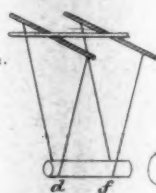
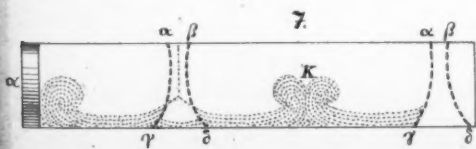
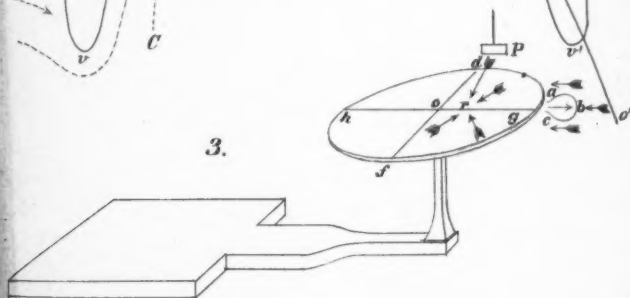
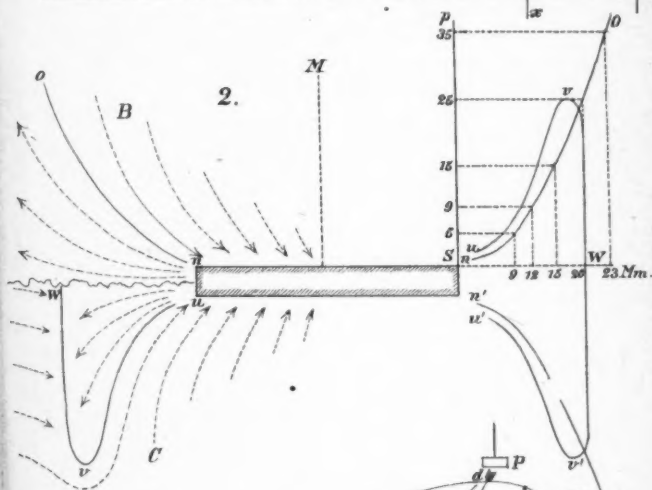
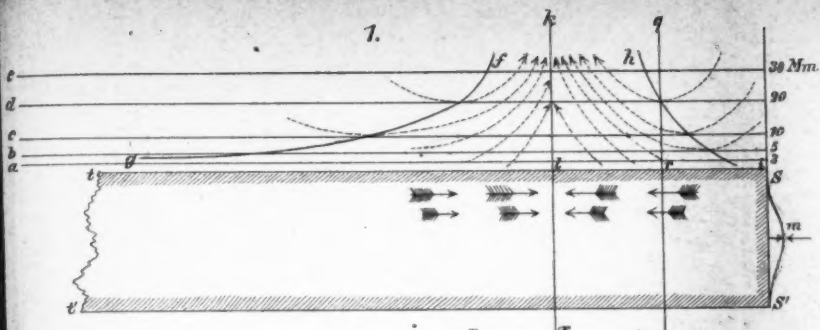
uckfehler

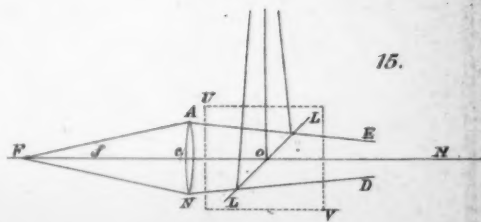
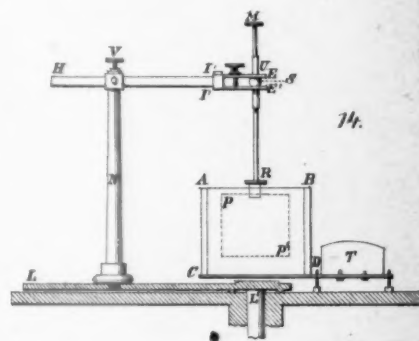
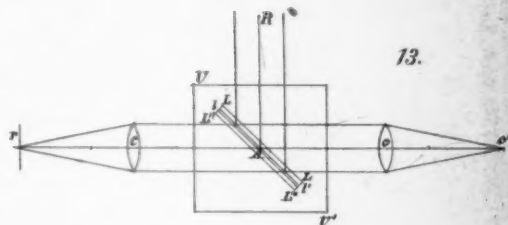
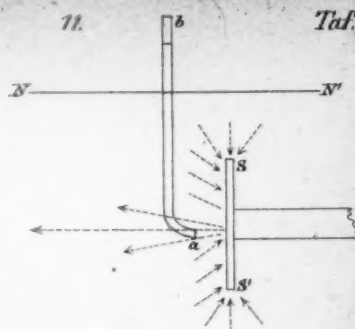
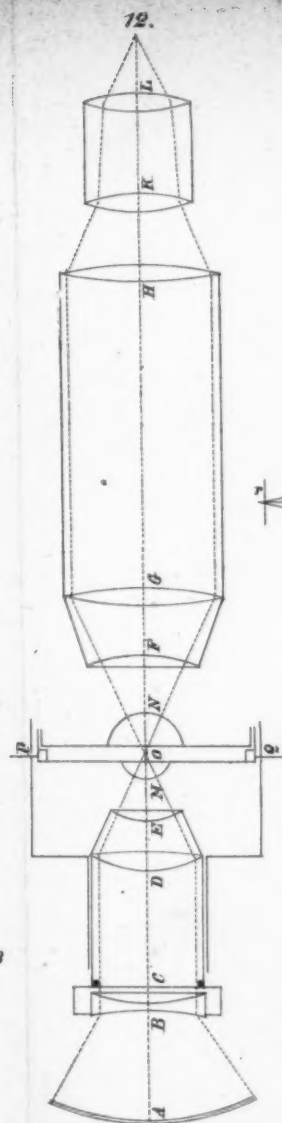
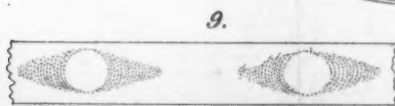
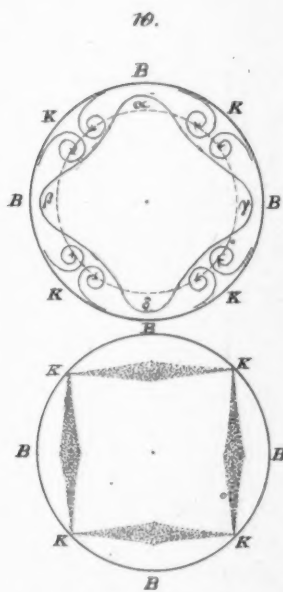
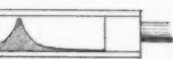
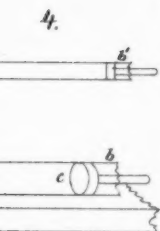
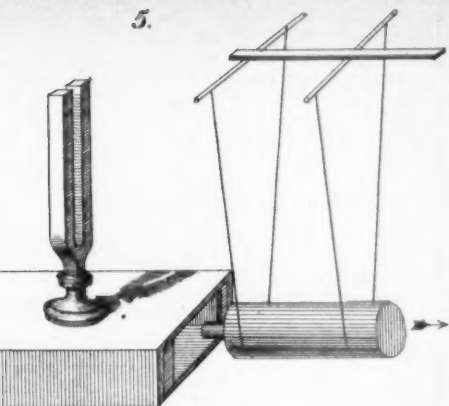
dem Ge-  
" (nicht

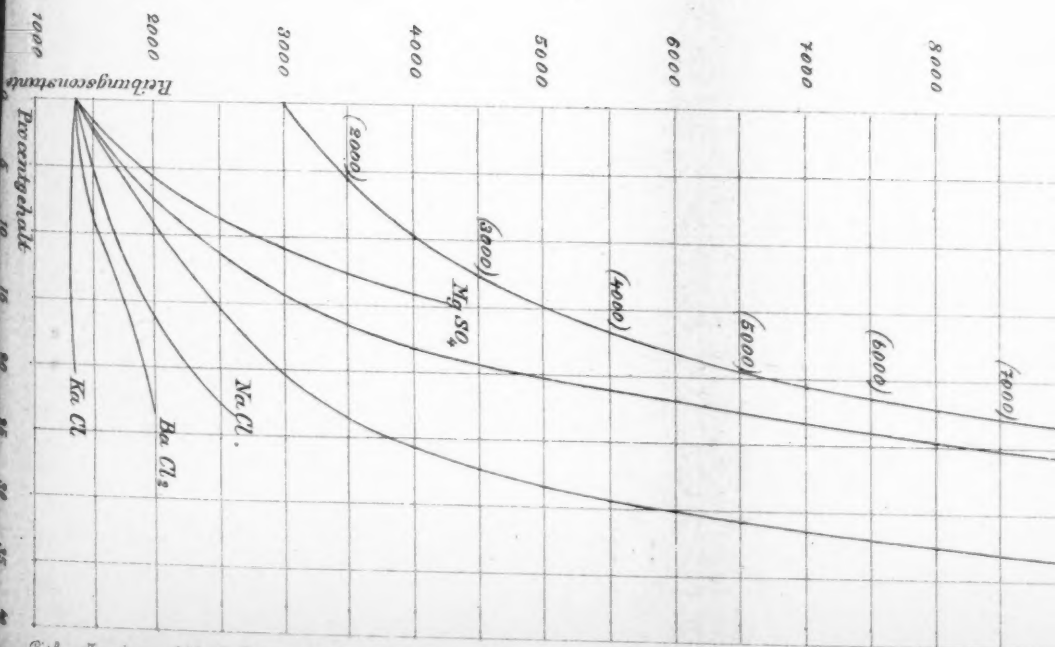
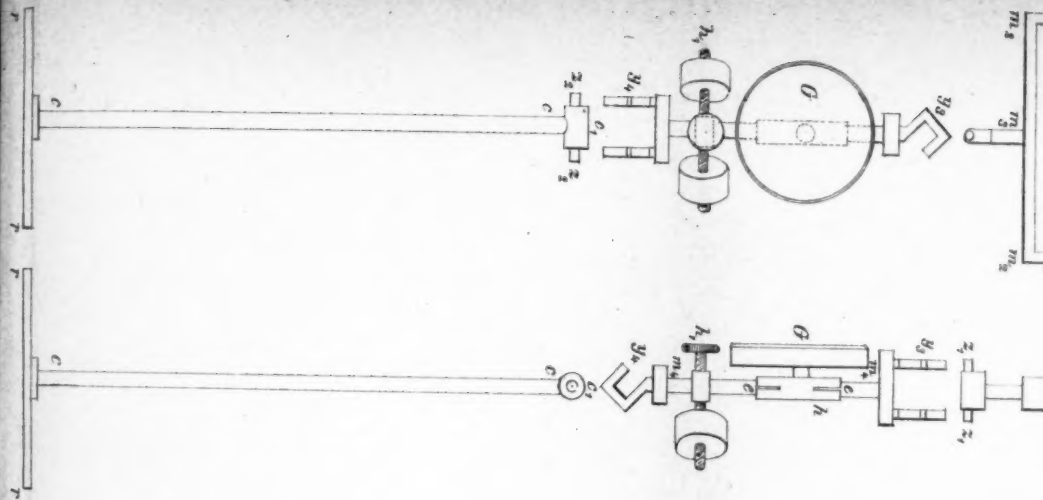
h.  
lesen y  
nd P.











Lith. Druck v. Alb. Schütze Berlin.

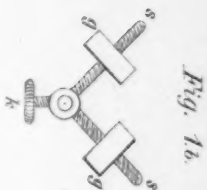
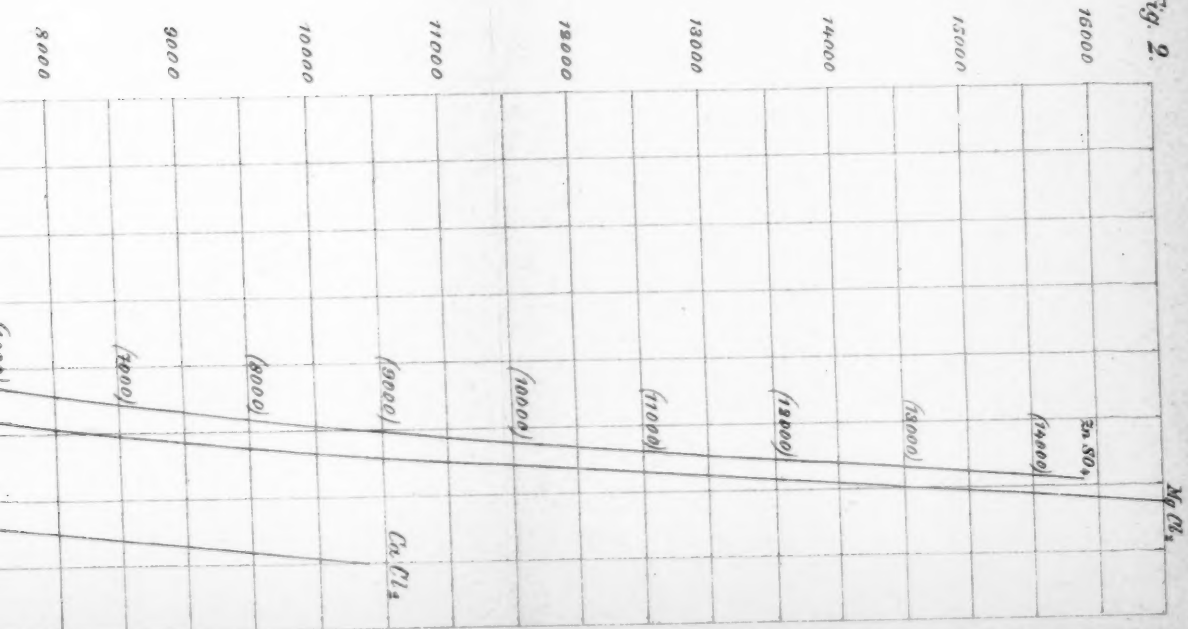


Fig. 2.



# Reine Intervalle.

$n : n$

$n : 2 n$

$n : 3 n$

$n : 4 n$

$n : 5 n$

$n : 6 n$

$n : 7$

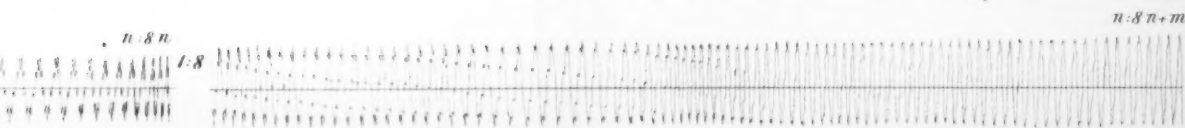
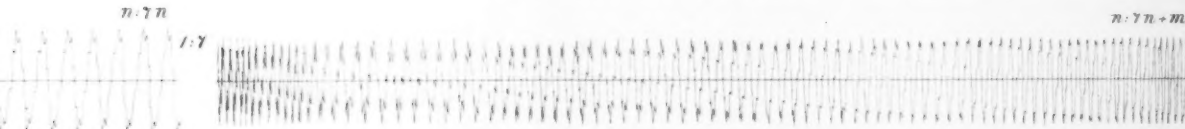
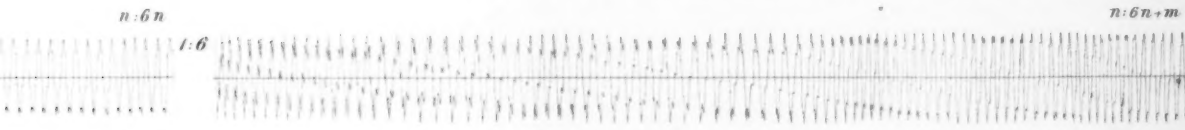
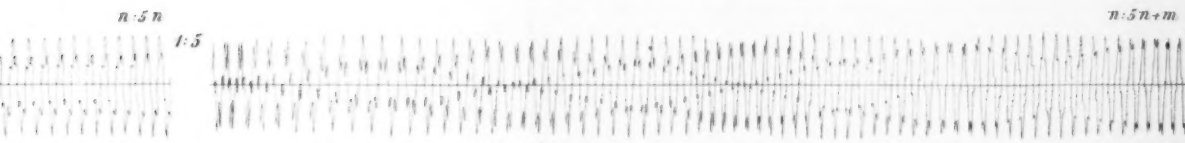
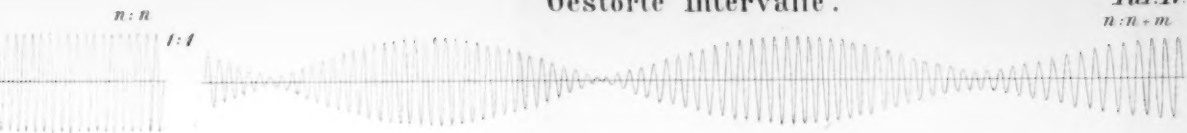
$n : 8$



# Gestörte Intervalle.

Taf. IV

$n : n + m$



$n : 2n + m$

$n : 3n + m$

$n : 4n + m$

$n : 5n + m$

$n : 6n + m$

$n : 7n + m$

$n : 8n + m$

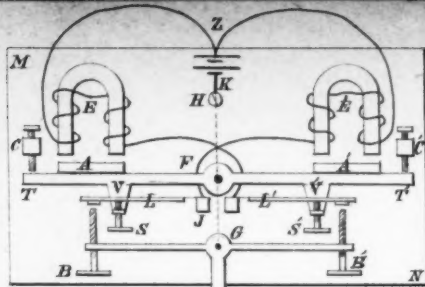


Fig. 1.

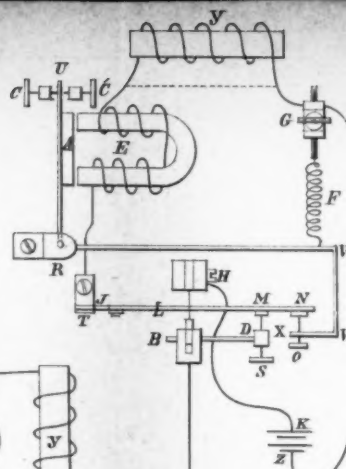


Fig. 3.

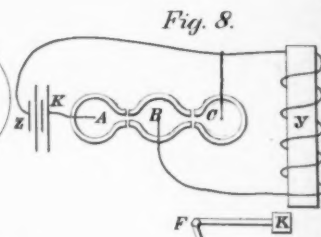


Fig. 8.

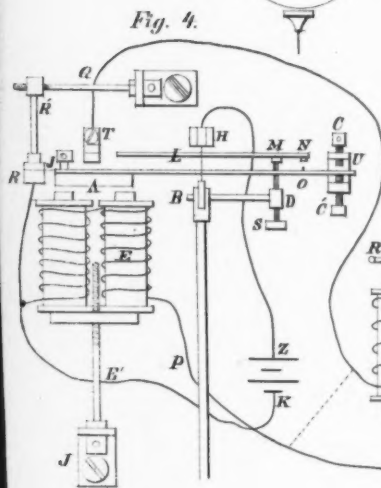


Fig. 4.

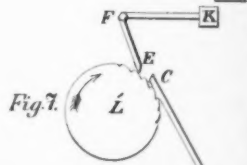


Fig. 7.

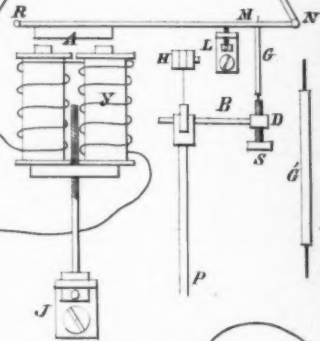


Fig. 8.

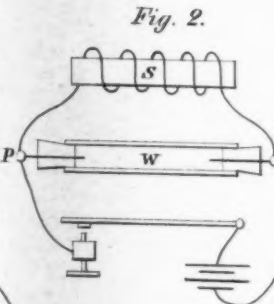


Fig. 2.

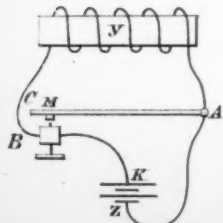


Fig. 6.

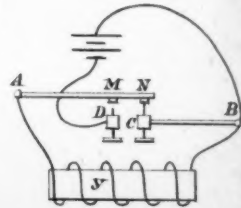


Fig. 5.

Alb. Schützgen Lith. Inst. Berlin.

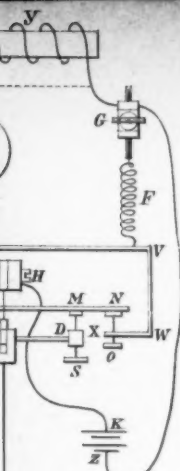


Fig. 3.

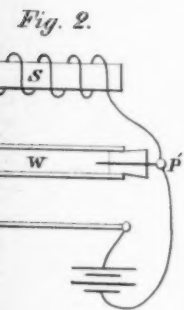
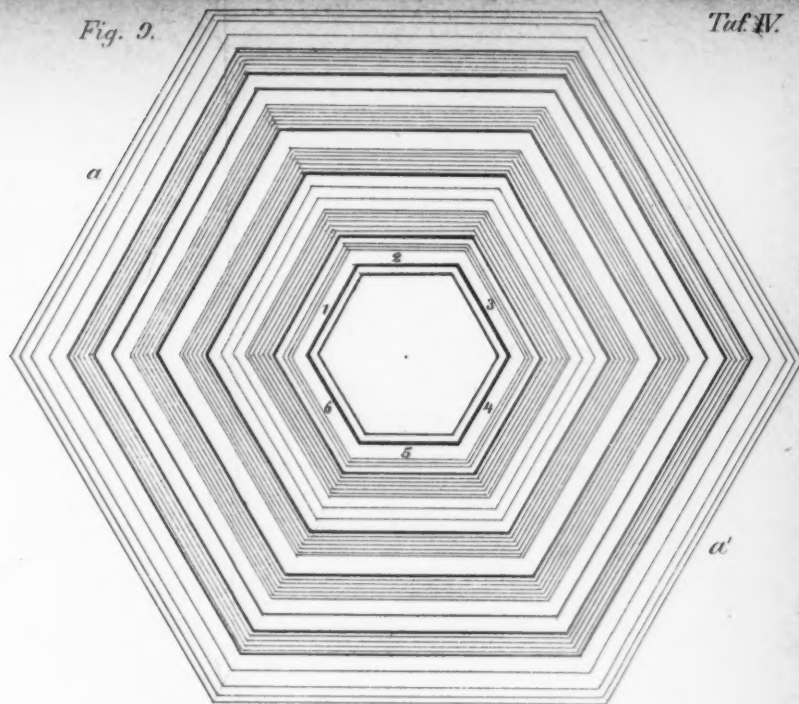


Fig. 2.

Fig. 9.



Taf. IV.

Fig. 10.

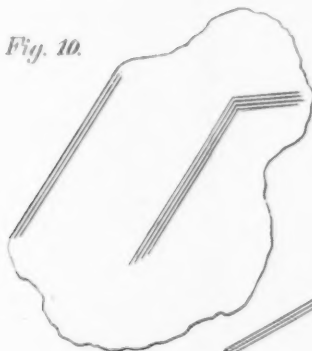


Fig. 11.



Fig. 12.

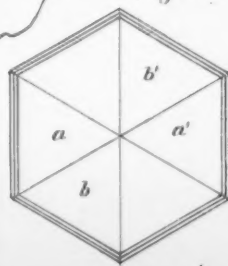
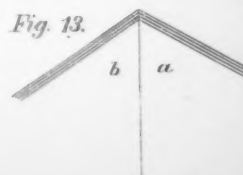
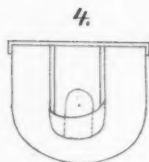
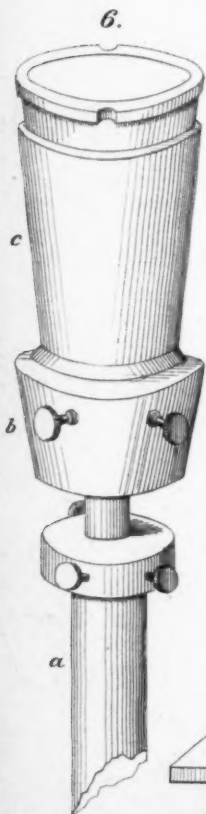
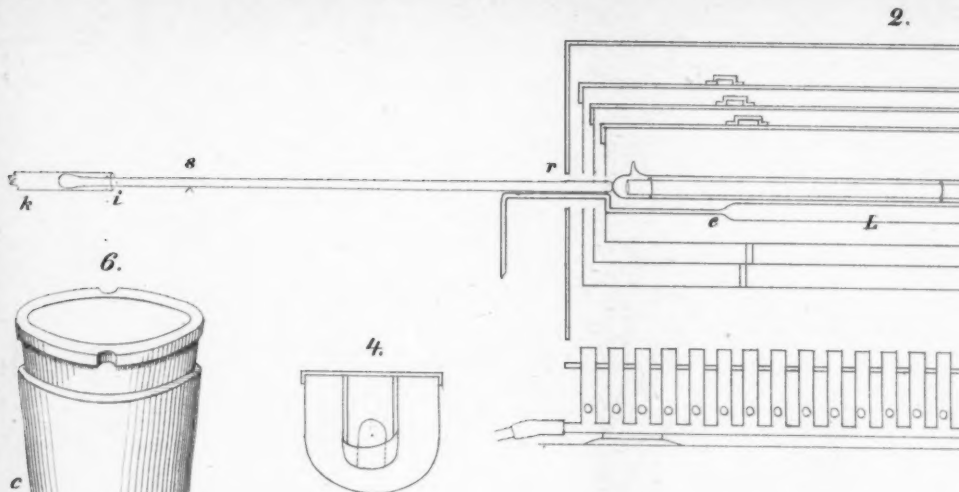
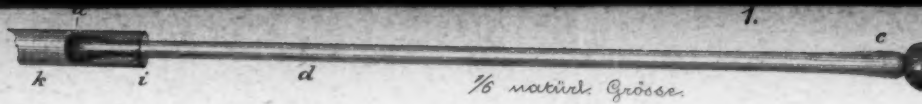
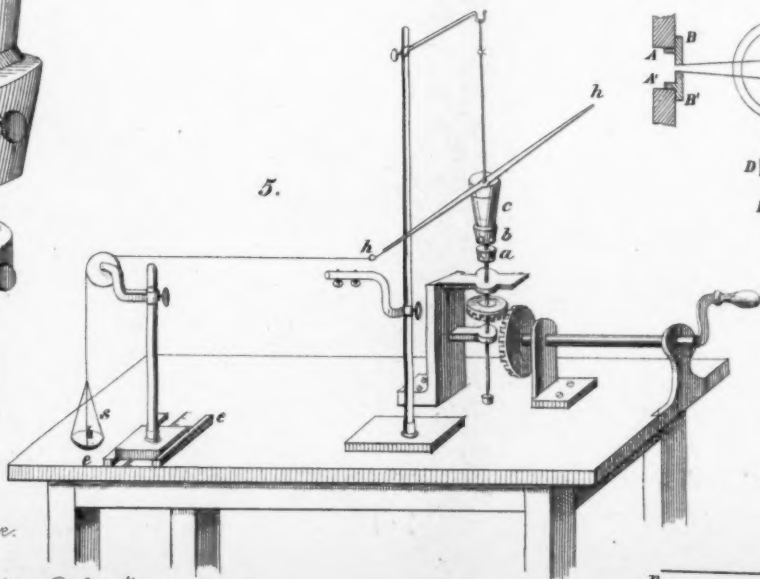


Fig. 13.



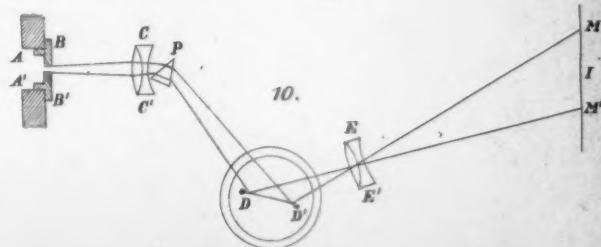
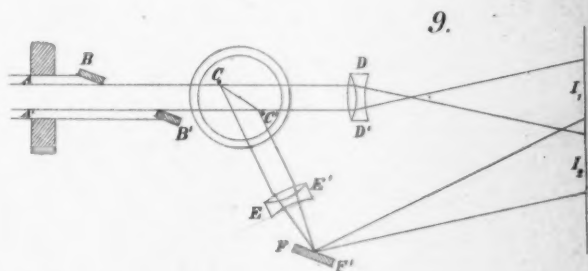
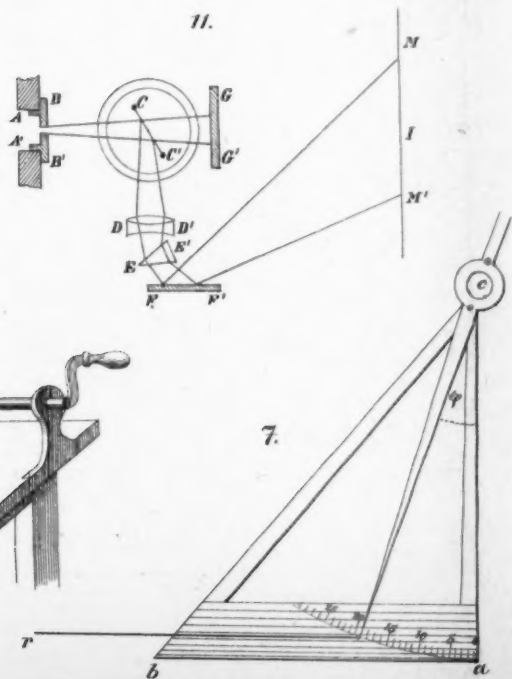
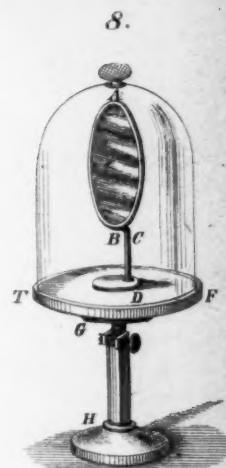
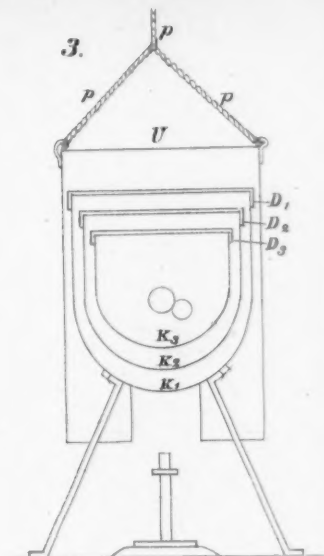
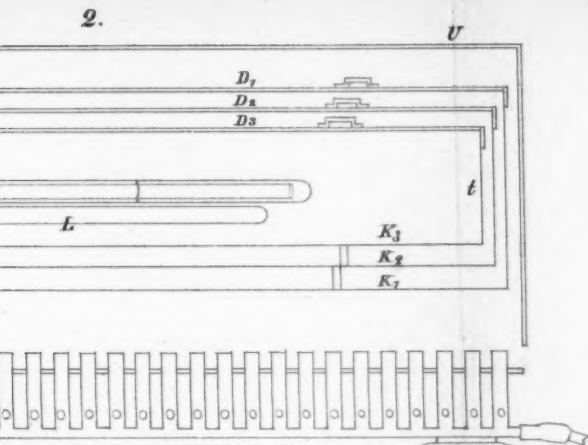
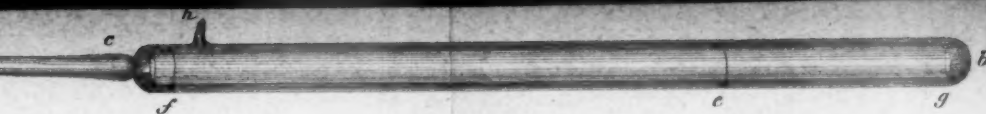


Natürl. Grösse.



Alb. Schütze Lith. Inst. Berlin

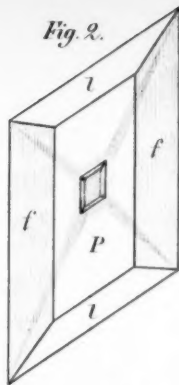




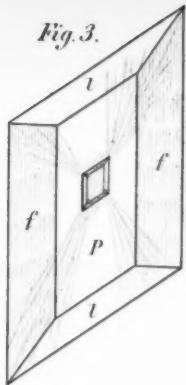
*Fig. 1.*



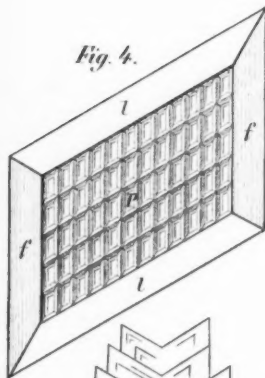
*Fig. 2.*



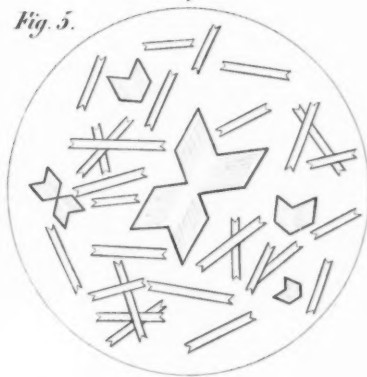
*Fig. 3.*



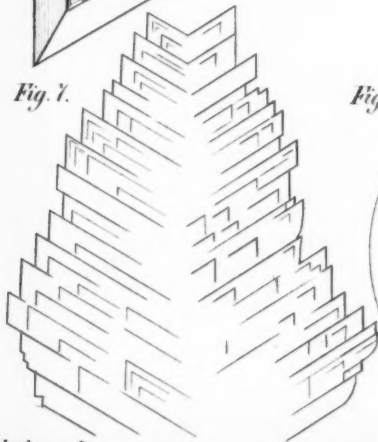
*Fig. 4.*



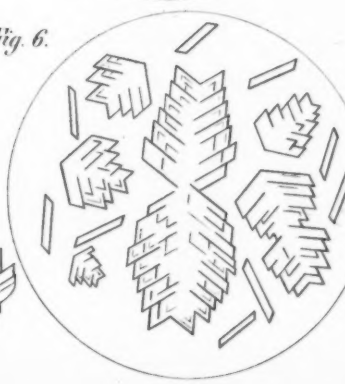
*Fig. 5.*



*Fig. 7.*

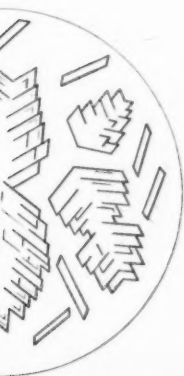


*Fig. 6.*

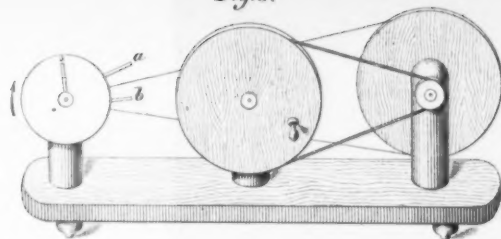


*Lith. von Laue.*

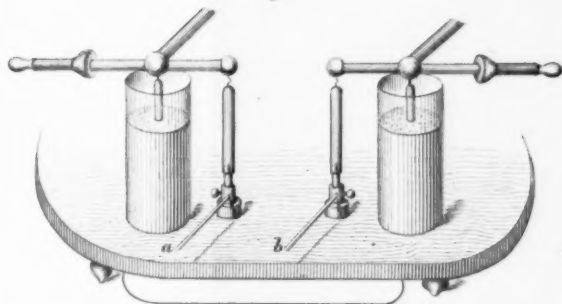
*Fig. 3.*



*Fig. 8.*



*Fig. 10.*



*Fig. 9.*

